

با نام او

مقدمه‌ای بر سامانه‌های کنترل خطی

نگارنده: جعفر حیرانی نوبری

پیشگفتارِ نگارنده

مطالعه ویژه اینجانب درباره هدایت در قرآن، موجبات طرح و فهم بسیاری از مباحث این نوشته را فراهم کرده است. با اینکه بنده پیش از این همه کلاس‌های مرسوم در این رشته و برخی رشته‌های مرتبط را به دقت گذرانده بودم و حتی در این زمینه تدریس داشتم و کتب مشهور و غیر مشهور بسیاری را در این زمینه مورد مطالعه قرار داده بودم، به صراحت می‌گویم به هیچ‌وجه از این طریق به انسجام واحدی از موضوعات دست نیافته بودم و حتی بسیاری از موضوعات را به خوبی درک نمی‌کردم.

البته لازم به یادآوری اکید است که آنچه برای من از این تمسک اندک رخ داده است، به هیچ‌وجه به همین نتایجی که در کارهای فنی قابل استفاده هستند، منحصر نمی‌شود.

لازم است در اینجا یک پرسش مهم و کلیدی - که برای بسیاری از دانشجویان در حین تدریس این مطالب به وجود می‌آید - مورد بررسی قرار گیرد.

بسیاری می‌پرسند آیا شما به آنچه در مطالعات قبلی‌تان یافته بودید، در قرآن نیز دست یافتید و این یافته برایتان جالب بوده است و حال اینگونه می‌گویید که در قرآن نیز همان مطالبی که دیگران و خودم هم پیش از این دست یافته بودیم، آمده است؟

در پاسخ باید گفت پر واضح است که متأسفانه به دلیل عقب‌افتادگی‌های گوناگونی که در نظام آموزشی و پرورشی ما رخ داده است من نیز مانند بسیاری، با موضوع هدایت و کنترل در کتب دیگری جز قرآن برخورد کردم و برای حل مسائل فنی خاص به آنها می‌پرداختم. این در حالی بود

که در هر شبانه‌روز به عادت، حداقل ده بار از خداوند درخواستِ هدایت می‌کردم و توجه نداشتم که اساساً چقدر این موضوع از اهمیت فوق‌العاده در قرآن برخوردار است و چقدر به آن پرداخته شده است که با هیچ کتاب دیگری قابل مقایسه نیست!

در رابطه با تقوا هم - که در واقع اساس کنترل است - همین طور؛ همواره با آن برخورد داشتم ولی توجه کافی نداشتم و با غفلت می‌گذشتم. این غفلت‌ها همه به این برمی‌گشت که من توجه نداشتم که قرآن و روایات منبع اصلی حکمت و علم هستند و لذا برخوردم با آنها یک برخورد نادرست بود. در واقع قرآن می‌خواندم چرا که گفته‌اند ثواب دارد، نه اینکه از آن مطالب مورد نیازم را بیاموزم. مراجعه به قرآن در کارم نبود، قرآن حتی به عنوان یک منبع هم نبود. درحالی که بعداً خداوند متوجه‌ام کرد که قرآن، تنها منبع قابل اعتماد و دقیق است!

پس پاسخ به این پرسش، کم کم روشن می‌شود. در ابتدای آشنایی با قرآن یک نزدیکی‌ها و شباهت‌هایی میان مطالب آن و مباحثی که در زمینه مهندسی کنترل با آن برخورد داشتم، می‌دیدم ولی در ادامه این قرآن بود که برخی مطالب را به زیبایی برایم تبیین می‌کرد. سپس وقتی هوشیار و هوشیارتر شدم، تصمیم گرفتم بدون توجه به این تقارن‌ها بلکه مستقل از آنچه تاکنون برایم گذشته است، تا جایی که ممکن است، خالص (فقط) به سراغ قرآن بروم و مطلب را از ابتدا فقط از قرآن بشنوم و سعی کنم آموزه‌های دیگر را هرچند موقت در گوشه‌ای قرار دهم تا پاک و منزه بتوانم از او بشنوم.

از اینجا بود که داستان یک فرق اساسی کرد. از اینجا بود که نگاه‌ام یک نگاه جامع و فراگیر گردید و همه چیز در آن سر جای خود می‌نشست. این دستاوردها همه مرهون تصمیم آخرم بود. هر چند برخوردهای اولیه و آن تقارن‌های اولیه نیز مانند سوسوی نوری از دور بودند که مرا به

منبع نور دعوت می‌نمودند، اما آنچه می‌بینید مرهونِ تصمیمِ آخر است و نه آنچه در برخوردهای اول حاصل شده است. مرهون این است که به آن دعوتِ نهایی «نه» نگفتم.

این کتاب بر خلاف دیگر کتب موجود در این زمینه از ابتدا به موضوع «طراحی سامانه‌های هدایتی» پرداخته و دیگر مباحث را حسب نیاز در طراحی مطرح کرده است. از جمله این مباحث موضوع آنالیز سامانه‌هاست که تحت عنوان رفتار شناسی در دو فصل دوم و سوم آمده است. ابزارهای ریاضی مورد نیاز برای طراحی هم، به خاطر همین موضوع در پیوست کتاب آمده و در متن اصلی تنها استفاده از آنها در موضوع طراحی مورد توجه قرار گرفته است.

به این ترتیب این کتاب از سه فصل اصلی و سه پیوست مجزا تشکیل شده است. در فصل اول مبانی طراحی مطرح می‌شود. در فصل دوم طراحی سامانه‌های هدایتی در حوزه زمان و در سوم طراحی در حوزه فرکانس بیان می‌گردد. ابزارهای ریاضی مورد نیاز در طراحی شامل الگوریتم روث هرولتز، تعیین مکان هندسی ریشه‌های چندجمله‌ای و نمایش قطبی و نایکوئیستِ توابع نیز، در سه پیوست مجزا در انتهای مباحث طرح شده‌اند.

همچنین تأکید می‌گردد که بخش زیادی از مطالب در قالب تمرین و مثال طرح شده‌اند و لذا انجام کامل تمرین‌ها و مطالعه دقیق مثال‌ها برای فهم ادامه مطالب درس ضروری است.

لازم به ذکر است انتظار می‌رود خواننده با سرفصل‌های زیر - که به طور معمول در درس

سیگنال‌ها و سیستم‌ها تدریس می‌شود - آشنایی داشته باشد:

- تعریف علامت (سیگنال)‌ها و عالم (سامانه)‌ها
- دو نوع نگرش به علامت‌ها و سامانه‌ها یکی نگاه تغییر با زمان و دیگری نگاه رنگی (طیفی، فرکانسی)

- تعریف ورودی و خروجی در سامانه‌ها
- دو نوع نگرش به سامانه‌ها یکی جزئی‌نگرانه (که به کلیه روابط موجود بین تمامی علامت‌ها می‌پردازد) و دیگری کلی‌نگرانه (که فقط به رابطه بین ورودی و خروجی می‌پردازد)
- تعریف ویژگی‌های مهم در سامانه‌ها: خطی، نامتغیر با زمان، یک‌رنگی و سببی بودن
- سامانه‌های ریاضی فرضی که الگو(مدل)های ریاضی نامیده می‌شوند
- الگوهای ریاضی کلی‌نگرانه برای سامانه‌های خطی به نام تابع تبدیل‌های زمانی و فرکانسی

فهرست مندرجات

صفحه

عنوان

۱- فصل اول؛ بنیادها و ریشه‌ها.....	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۲-۱- هدایت یعنی چه؟.....	۵
۳-۱- هدایت، بی تقوا ممکن نیست!.....	۷
۴-۱- تقوا یعنی چه؟.....	۸
۵-۱- ملاحظه خطا از چه چیزی؟ تقوای خداوند را داشتن یعنی چه؟.....	۸
۶-۱- تقوای خدا دو قسمت کلی دارد	۱۰
۱-۶-۱- یک نمونه رعایت تقوا.....	۱۴
۲-۶-۱- شناخت ما، چقدر می‌تواند دقیق و درست باشد؟.....	۱۷
۷-۱- گفتمانی درباره موضوعات فنی.....	۱۸
۱-۷-۱- فن‌آوری	۲۲
۲-۷-۱- رفع ابهام.....	۲۷
۳-۷-۱- جمع‌بندی برای ادامه و یک نمونه فنی	۳۷
۸-۱- فرض‌های ساده‌کننده برای ادامه.....	۴۱
۹-۱- راه حل کلی برای هدایت هر چه بهتر.....	۴۴
۱-۹-۱- راه حل کلی به زبان ریاضی	۴۴
۲-۹-۱- تقسیم‌بندی به سه ناحیه کاری.....	۵۱
۳-۹-۱- چرا ناحیه گذار حساس است؟.....	۵۳
۱۰-۱- بیان‌های گوناگون از شناخت و روش‌های گوناگون طراحی.....	۵۴
۱۱-۱- پایداری ورودی - خروجی.....	۵۶
مراجع.....	۶۷

۶۸.....	۲-فصل دوم؛ طراحی در حوزه زمان.....
۶۹.....	۱-۲- مقدمه
۷۱.....	۲-۲- رفتارشناسی تابع تبدیل‌ها در حوزه زمان
۷۴.....	۱-۲-۲- پایداری
۷۵.....	۲-۲-۲- رفتار مانا در پاسخ به ورودی‌های ویژه
۷۷.....	۳-۲-۲- رفتار گذرا در پاسخ به ورودی‌های ویژه: شروع و گذرای پاسخ پله
۷۷.....	۱-۳-۲-۲- شروع پاسخ به ازای پُرش اولیه پله
۸۰.....	۲-۳-۲-۲- سرعت پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا
۹۱.....	۳-۳-۲-۲- نوسانی بودن پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا.....
۹۷.....	۳-۲- ارتباط رفتار مانای بهره حلقه با رفتار مانای نتیجه حلقه هدایت
۱۰۶.....	۴-۲- ارتباط رفتار گذرای بهره حلقه و رفتار گذرای نتیجه حلقه هدایت.....
۱۱۳.....	۱-۴-۲- یک طراحی خطی و ارائه یک تابع تبدیل برای سامانه هدایت
۱۱۶.....	۲-۴-۲- مقایسه دو طراحی خطی و غیرخطی
۱۲۰.....	۳-۴-۲- به سوی طراحی برای سامانه‌های پیچیده‌تر
۱۴۰.....	۵-۲- طراحی شبکه سرعتی در سامانه جبران‌سازی
۱۴۰.....	۱-۵-۲- طراحی بر اساس معین بودن رفتار گذرا.....
۱۵۵.....	۲-۵-۲- طراحی بر اساس معین و قطعی بودن بهره ثابت.....
۱۶۲.....	۶-۲- طراحی شبکه جمعگر در جبران‌سازی
۱۶۵.....	۱-۶-۲- جبران‌سازی با جمعگر غیر خالص
۱۶۷.....	۲-۶-۲- رویکرد اول
۱۷۳.....	۳-۶-۲- رویکرد دوم
۱۸۰.....	۷-۲- جبران‌ساز PID و طراحی آن
۱۸۱.....	۱-۷-۲- ترکیب‌های ناکامل P ، PI ، PD ، I و D
۱۸۲.....	۲-۷-۲- ترکیب کامل PID
۱۸۹.....	۳-۷-۲- یادآوری یک مبنای طراحی در این نوشته
۱۹۰.....	۸-۲- طراحی به کمک چندین شبکه.....
۱۹۱.....	مراجع

۱۹۱.....	۳- فصل سوم؛ طراحی در حوزه فرکانس یا طراحی با نگاه رنگی
۱۹۳.....	۱-۳- مقدمه
۱۹۴.....	۲-۳- رفتارشناسی در حوزه فرکانس (یادآوری)
۱۹۵.....	۱-۲-۳- پایداری
۱۹۷.....	۲-۲-۳- پهنای باند
۱۹۸.....	۳-۲-۳- فرکانس تشدید
۲۰۰.....	۳-۳- رابطه رنگی بین بهره حلقه و حلقه هدایت
۲۰۷.....	۱-۳-۳- اصل و اساس طراحی
۲۰۸.....	۴-۳- ورود به جزئیات طراحی
۲۰۸.....	۱-۴-۳- خطا در فرکانس صفر به ازای ورودی‌های از همین جنس
۲۱۱.....	۲-۴-۳- رسیدن به یک پهنای باند داده شده
۲۱۴.....	۵-۳- جبران‌ساز پیش فاز
۲۱۵.....	۱-۵-۳- طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز برای رسیدن به یک پهنای باند مشخص
۲۲۰.....	۲-۵-۳- طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز با هزینه معین برای رسیدن به بیشترین پهنای باند
۲۲۸.....	۶-۳- استفاده از جبران‌ساز پس‌فاز برای بهبود خطای مانای فرکانس‌های پایین
۲۳۰.....	۱-۶-۳- طراحی جبران‌ساز پس‌فاز برای رسیدن به پهنای باند و ناحیه گذار تعیین شده
۲۳۴.....	۲-۶-۳- طراحی جبران‌ساز پس‌فاز برای اعمال هزینه معین و رسیدن به بیشترین پهنای باند
۲۴۳.....	۷-۳- طراحی جبران‌ساز PID
۲۴۷.....	۱-۷-۳- طراحی جبران‌ساز PI
۲۵۵.....	۲-۷-۳- طراحی PD
۲۵۹.....	۳-۷-۳- طراحی PID
۲۷۲.....	مراجع

۲۷۳.....	۴- پیوست ۱- الگوریتم روث_هرویتز برای تعیین تعداد ریشه‌های سمت راستی یک چند جمله‌ای با ضرایب حقیقی
۲۸۱.....	۵- پیوست ۲- تعیین مکان هندسی ریشه‌های یک چند جمله‌ای به ازای تغییر یک ضریب
۳۱۲.....	۶- پیوست ۳- نمایش قطبی، نایکوئیست و «بود» پاسخ فرکانسی و ارتباط بهره حلقه و نتیجه حلقه در پایداری

فصل اول

بنیادها و ریشه‌ها

۱-۱- مقدمه

در این بخش سخنان بنیادین و ریشه‌ای به ترتیب به میان آورده می‌شوند. اما چون مقصد ما به کارگیری این اصول در فنون است، این سخنان بنیادین، فقط در حد برطرف نمودن این نیاز پیش کشیده می‌شوند.

به عنوان نمونه، هدایت یک موضوع بسیار بسیار اصلی در همه شئون زندگی ماست، ولی آنچه به کارهای فنی - که ما در این نوشته به آن خواهیم پرداخت - مربوط می‌شود، جزئی است. لذا ما نیز فقط به همان اشاره جزئی اکتفا می‌کنیم.

از طرف دیگر بسیاری از نوشته‌هایی که به موضوع کنترل پرداخته‌اند، از مباحث ریشه‌ای و بنیادین، آغاز نکرده‌اند. لذا ممکن است خوانندگان گرامی این پرسش را طرح کنند که چرا ما هم مانند ایشان به این موضوع وارد نشده‌ایم!؟

این غفلت یک ضعف اساسی به شمار می‌آید. غفلت از سرچشمه سخن، حداقل، دو نتیجه تباه کننده اجتناب‌ناپذیر دارد؛ یکی اینکه ناآشنا ماندن از اصول و سرچشمه‌ها، فرد را از همان آغاز به یک سردرگمی ناخواسته‌ای دچار می‌سازد. نگرش و تفکر او چنان به هم‌ریخته می‌شود که تا مدت‌ها فقط درد آن را با خود می‌کشد، درحالی که نه درمانی می‌یابد و نه حتی امیدی به درمان

دارد. این موجب می‌گردد که فهم و درک مطالب به طور بی‌فایده‌ای برایش سخت شود. او حتی متوجه نمی‌شود که این سختی از کجا آمده است. بسیاری از سخت‌فهمی‌ها از پیچیدگی مباحث نیست، از پیچیده کردن و پیچیده گفتن آنهاست. بسیاری از پیچیده کردن‌ها و گفتن‌ها نیز از روی عمد نیست بلکه به همین طرح نشدن مباحث از ریشه‌ها و اصول است. این تباهی را می‌توان «تباهی در فهم» نامید.

اما دیگر تباهی این غفلت، هنگامی آشکار می‌گردد که فرد بخواهد سخنی نو به میان آورد و مانند دیگران، پیشرفتی به کارش دهد. اینجاست که درجا می‌زند و چون به سرچشمه‌ها دسترسی ندارد، هرگز نخواهد توانست تفکری نو و پیشرفت‌دهنده بیاورد و طرحی نو دراندازد.

چون اصول، ریشه در سرشت ما دارد، فقط با کمی توجه فوراً دریافت می‌گردد. همین طور این اصول جایگاه محکمی در وجودمان دارد. لذا با آغاز از آنها، هم آسانی فهم و هم استحکام آن را به همراه خواهیم داشت، ان شاءالله!

و اما گل سخن این است که مهندسی کنترل، ریشه در موضوع هدایت دارد. هدایت نیز کار خداوند است که رب همه عالم‌هاست. لطفاً به آیات زیر توجه کنید:

سَبِّحْ اسْمَ رَبِّكَ الْأَعْلَى* الَّذِي خَلَقَ فَسَوَّى* وَالَّذِي قَدَّرَ فَهَدَى*^۱

تسبیح کن اسم پروردگار والامرتبهات را* آن که آفرید پس در نتیجه پرداخت نمود* و همان که مهندسی نمود پس در نتیجه هدایت کرد*^۱

^۱ سوره اعلی، آیات ۱-۳؛ نام پروردگار والایت را بستای؛ همان که آفرید و سامان داد؛ و آنکه تقدیر کرد و هدایت نمود.

در این هدایت، ما متعهدیم که برای رستگاری مان نقشی را ایفا کنیم و آن نقش چیزی نیست مگر تقوا. پروردگار ما همه آنچه برای هدایت و رهنمونی مان به سعادت ابدی و جاودانی نیاز بوده، فراهم و آماده نموده است. از جمله، توانایی گزینش تقوا و ضد آن فجور را!

و نَفْسٍ وَّ مَا سَوَّيْهَا * فَالْهَمَّهَا فَجُورَهَا وَ تَقْوَاهَا^۲

قسم به نفس و آنچه پرداختش نمود پس الهام نمودش فجورش را و تقوایش را*

و ضمناً آموخت که:

قَدْ أَفْلَحَ مَنْ زَكَّيْهَا * وَقَدْ خَابَ مَنْ دَسَّيْهَا^۳

و به نتیجه رسید کسی که پاک ساخت* و به نتیجه نرسید کسی که دسیسه نمود*

تقواست که در اختیار ما گذاشته شده است و البته با خداوند نیز به اینکه او را پروردگار خود بگیریم پیمان بسته ایم!^۱

^۱ در ترجمه آیات سعی شده است لغات به صورت تحت اللفظی ترجمه شود و ساختار جمله تغییر نکند. به این منظور لغات با توجه به معنای ارائه شده در کتابهای لغات ترجمه شده اند. این کار کمک خواهد نمود تا بتوانید لغات را دنبال کنید و راحت تر معنا را دریابید. البته برای این منظور لازم است آشنایی اولیه ای با زبان عربی داشته باشید و ساختار جملات را در آن زبان بشناسید. در عین حال برای استفاده بیشتر ترجمه یکی از مترجمان دیگر را هم در پاورقی خواهیم آورد.

^۲ سوره شمس، آیات ۷ و ۸؛ قسم به نفس و آنکه سامانش داد، پس [فهم] فجور و تقوا را به وی الهام کرد.

^۳ سوره شمس، آیات ۹ و ۱۰؛ همانا هر که خود را تزکیه کرد رستگار شد، و بی گمان آنکه خود را بیالود، محروم گشت.

۱-۲- هدایت یعنی چه؟

هدایت هر چیزی یعنی بردن آن در راهی! پس چند چیز پیش از هدایت برای آنکه می‌خواهد هدایت شود، مفروض است. به او زمان یا مفهوم تغییر، مفروض است. این تغییر نیز گونه‌هایی دارد. بردن آن یعنی تغییری را در آن ایجاد نمودن! ادامه این تغییرات در فاصله زمانی ای منجر به تغییر او از جایی (که بوده است) به جایی دیگر (که هم‌اکنون هست) می‌شود و این تغییر همان هدایت اوست از آنجا به اینجا!

حال که فهمیدیم راه‌هایی برای رهنمون شدن هست به بررسی تفاوت این راه‌ها خواهیم پرداخت. آدمی ابتدا توجه می‌کند که راه‌هایی که خداوند مخلوقات را در آن می‌برد ستایش‌برانگیز است و عالم‌ها همه تحت پرورش او هستند. سپس توجه دارد که عالم‌های چون او (یعنی انسان‌ها) در پرورش هم می‌توانند این راهبری را از خداوند بخواهند و هم می‌توانند نخواهند!

روشن است که آنان که نخواستند راهبری نشده‌اند و به همین دلیل نعمت بر آنها سرازیر نگردیده‌است. برعکس یا مورد خشم قرار گرفته‌اند و یا به هر حال به نوعی راه گم کرده‌اند، یا اصطلاحاً گمراه شده‌اند. از همین جا است که موضوع پیش‌رفتن و در مقابل آن پیش‌نرفتن، برای ما مطرح گردیده است.

به همین دلیل است که در قرآن عمدتاً وقتی از هدایت سخن می‌رود، منظور همان راهبری خداوند است که حتماً پیش‌رفت را در پی دارد و در پایان به بهشت او منجر می‌گردد. به

^۱ سوره اعراف، آیه ۱۷۲

عبارت دیگر این پیشرفت داشتن معمولاً به قرینه معنوی حذف شده است. البته از بقیه هدایت‌های مقابل آن - که باعث عدم پیشرفت می‌گردد - نیز با ضلالت یا گمراهی یاد شده است. فقط در یک آیه گفته می‌شود که شیطان به سوی عذاب سعیر راهبری می‌کند.^۱ در واقع در اینجا از به گمراهی کشاندن شیطان به راهبری او تعبیر شده است.

قرآن فرعون و فرعونیان و مدعیان دروغین دیگر را نیز یادآور می‌شود که خود را خدای مردم معرفی می‌کردند^۲ ولی قرآن توضیح می‌دهد که اینان واقعاً راهبری مورد ادعای خود را نکردند.^۳

پس قرآن تأکید دارد که قُلْ إِنْ هَدَى اللَّهُ هُوَ الْهُدَى^۴ (بگو همانا راهبری خداوند آن همان هدایت شدن است)، راهبری‌ای که خداوند می‌کند تنها و تنها راهبری‌ای است که موجب پیشرفت است و جز آن نوعی گمراهی است. قرآن تن دادن به این راهبری را «اهتدا» نامیده است.

^۱ كُتِبَ عَلَيْهِ أَنَّهُ مَنْ تَوَلَّاهُ فَإِنَّهُ يُضِلُّهُ وَ يَهْدِيهِ إِلَىٰ عَذَابِ السَّعِيرِ، سوره حج، آیه ۴؛ بر وی (شیطان) مقرر شده که هر کس او را ولی بگیرد بی تردید او را گمراه کند و به عذاب آتش بکشاند.

^۲ وَ قَالَ فِرْعَوْنُ يَا أَيُّهَا الْمَلَأُ مَا عَلِمْتُ لَكُم مِّنْ إِلَٰهٍ غَيْرِي ...، سوره قصص، آیه ۳۸؛ و فرعون گفت: ای بزرگان قوم! من برای شما معبودی جز خویشن نمی‌شناسم...

^۳ إِلَىٰ فِرْعَوْنَ وَ مَلَائِهِ فَاتَّبَعُوا أَمْرَ فِرْعَوْنَ وَ مَا أَمْرُ فِرْعَوْنَ بِرَشِيدٍ، سوره هود آیه ۹۷؛ به سوی فرعون و سران قوم وی، ولی آنها از فرمان فرعون پیروی کردند و فرمان فرعون هدایتگر نبود.

^۴ سوره بقره آیه ۱۲۰؛ سوره آل عمران، آیه ۷۳؛ سوره انعام آیه ۷۱؛ بگو بی تردید هدایت واقعی همان هدایت خداست.

۱-۳- هدایت، بی تقوا ممکن نیست!

پس از این مقدمات اولین و شاید مهمترین درس درباره هدایت - که قرآن در پاسخ به خواست ما که از او هدایت می خواهیم، داده است - را بیان می کنیم. قرآن پس از بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ ^۱، می فرماید:

ذٰلِكَ الْكِتٰبُ لَا رَيْبَ فِیْهِ هُدًی لِّلْمُتَّقِیْنَ ^۲

آن کتاب که نیست ربیبی دَرَش هدایت شدن است از برای تقوا پیشگان
وقتی که آن کتاب را که ربیبی درش نیست معرفی می کند، تأکید مطلق می کند که برای
تقوای پیشه گان است که هدایت شدن نتیجه کامل و نهایی می دهد:

اُوْلٰئِكَ عَلٰی هُدًی مِّنْ رَبِّهِمْ وَاُوْلٰئِكَ هُمُ الْمُفْلِحُوْنَ ^۳

ایشان بر هدایت شدن از سوی پروردگارشان هستند و ایشان همان
رستگارانند

اساساً قرآن شرط اصلی و غیر قابل معامله پیش رفت خداوندی را داشتن اکسیری به نام
«تقوا» معرفی می کند و بدون آن قرار گرفتن بر مسیر این پیش رفت را غیر ممکن می داند. یعنی
اگر عالمی بدون تقوا باشد، هرگز توقع نداشته باشید که پیش رفتی حاصل کند.

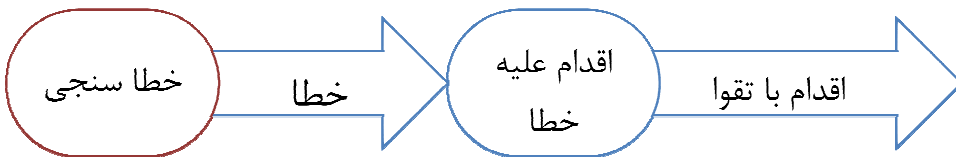
^۱ سوره بقره آیه ۱

^۲ سوره بقره، آیه ۲؛ آن کتاب، هیچ تردیدی در آن نیست، راهنمای پرهیزکاران است.

^۳ سوره بقره، آیه ۵؛ آنان بر هدایتی از پروردگار خویشند و هم ایشان رستگارانند.

۱-۴- تقوا یعنی چه؟

تقوا یعنی ملاحظه خطا و انحراف و نگهداری خود از آن، پرهیزکاری از خطا و یا پروای از خطا. پس تقوا شامل حداقل دو کار اساسی است: ۱) خطاسنجی ۲) اقدام لازم و مقتضی علیه خطا یا خطاگریزی. این قسمت دوم می‌تواند هم جلوگیری از خطای پیش‌بینی شده باشد و هم خطای پیش‌آمده‌ای را جبران کند. خلاصه داستان تقوا در شکل ۱-۱ آمده است.



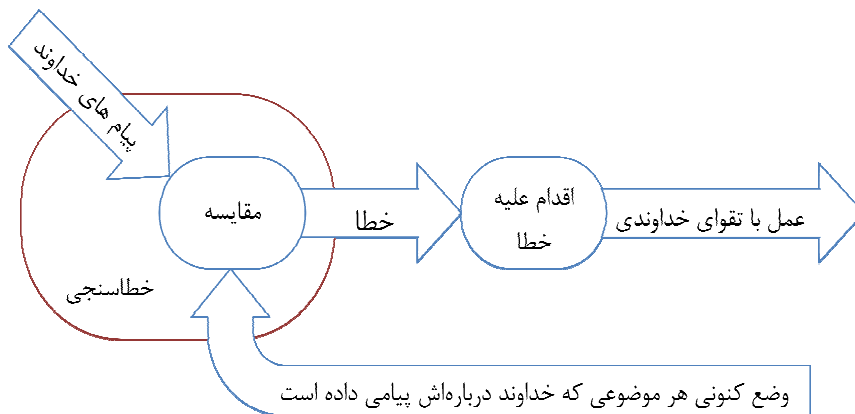
شکل ۱-۱- تقوا

درباره تقوا، باید شرح و بسط‌های فراوانی را هم در قرآن و هم از معصومین علیهم‌السلام دنبال نمود. ولی ما در اینجا فقط به سر فصل‌ها و کلیات - که کار بسیار ساده‌ای ما را در موضوعات فنی راه می‌اندازد - خواهیم پرداخت.

۱-۵- ملاحظه خطا از چه چیزی؟ تقوای خداوند را داشتن یعنی چه؟

حال پرسش این است که در این ملاحظه‌کاری، با ملاحظه چه چیزی باید خطا را تشخیص دهیم. قاعدتاً باید معیاری برای سنجش سره از ناسره و درست از نادرست در دست باشد تا خطا معنی پیدا کند. این موضوع با حوصله فوق‌العاده‌ای در قرآن آمده است که: شما فقط و فقط باید

ملاحظه خدا را بکنید و بس! و به این مهم، گفته می‌شود: «تقوای خدا را داشتن». وقتی فرمان اتقوا الله در قرآن را می‌شنوید یعنی ملاحظه خدا را بکنید. یعنی بر اساس خدا، خطاسنجی کنید و اقدام علیه خطا کنید! وقتی خداوند در قرآن و دیگر کتب آسمانی می‌فرماید إِيَّاى فَاتَّقُونِ یعنی فقط ملاحظه مرا بکنید و بس. حال ببینید چقدر دقیق، مختصر و مفید امام صادق علیه السلام در مورد تفسیر تقوا فرمودند: أَنْ لَا يَفْقِدَكَ اللَّهُ حَيْثُ أَمَرَكَ وَ لَا يَرَاكَ حَيْثُ نَهَاكَ: تقوا یعنی اینکه خداوند تو را هر جایی که امر فرموده غایب (و نافرمان) نیابد، و هر جایی که نهی فرموده است ترا عامل نبیند.^۲ تقوای هر چیزی را داشتن را نیز می‌توان به همین ترتیب یافت. شکل ۱-۲ این داستان را نمایش داده است.



شکل ۱-۲- تقوای خداوند.

^۱ سوره بقره، آیه ۴۱: و تنها از من بترسید.

^۲ بحار الانوار جلد ۶۷ صفحه ۲۸۵

لذا آن کسی که تقوای خدا را پیشه خود کرده باشد، بر مرکب هدایت او سوار است و به نتیجه خواهد رسید. در این میان توجه به یک نکته اساسی کارگشا است و آن اینکه متقی، در هر کاری باید تقوای خدا را داشته باشد. در واقع در هر کاری که او انجام می دهد، می تواند تقوای خدا را لحاظ کند یا نکند! این تقوا بر قسمتی از کارهای او حاکم نیست بلکه بر تمامی کارهای او حاکم است. این موضوع بسیار مهم در قسمت بعدی روشن تر خواهد شد.

۱-۶- تقوای خدا دو قسمت کلی دارد

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَ لَتَنْتَظِرُنَّ نَفْسُ مَا قَدَّمَتْ لِغَدٍ وَ اتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ*^۱

ای کسانی که ایمان آوردید تقوای خدا داشته باشید و باید بنگرد نفسی آنچه فرستاده است برای فردا و تقوای خدا داشته باشید همانا خدا کاملاً باخبر است به آن چه می کنید *

این آیه بی نظیر در قرآن به زیبایی و سادگی هر چه تمام وظیفه تقوایی ما را در دو بخش کلی تقوایی سامان می بخشد. بخش اول این است که نفسی (کسی) باید بنگرد و ببیند برای فردای خود چه پیش می فرستد و باید تقوای خدا را در این نگریستن داشته باشد. این تقوا یعنی نباید هر گونه که دیگران راهنمایی کرده اند بنگرد. بلکه لازم است دقیقاً با آن بینش ها و بصیرت هایی که خدا

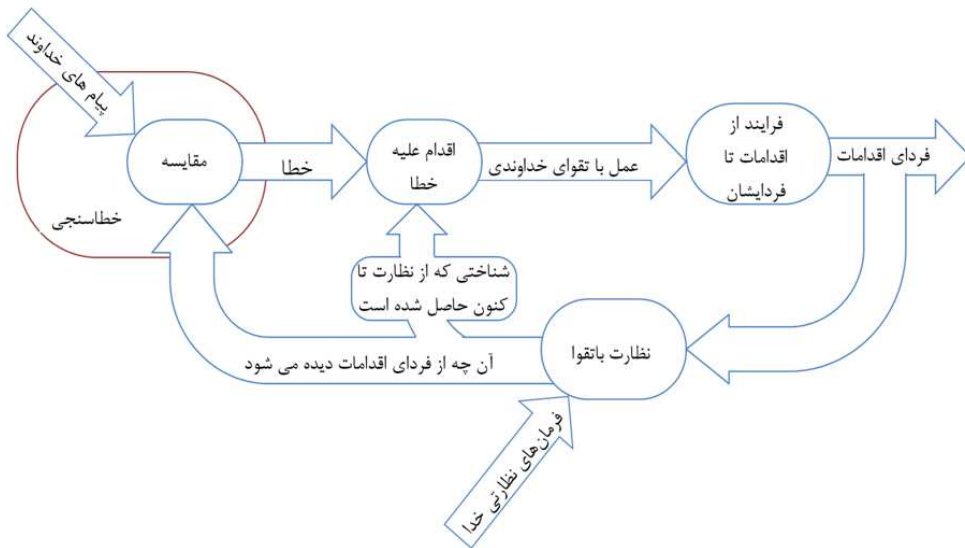
^۱ سوره حشر، آیه ۱۸؛ ای کسانی که ایمان آورده اید! از خدا پروا دارید، و انسان باید بنگرد که برای فردا چه پیش فرستاده است، و از خدا بترسید. بی تردید خدا به آنچه می کنید آگاه است.

داده و به او آموخته است بنگرد، به قول قرآن کورکورانه ننگرد بلکه با چشم‌هایی که خدا برای او باز کرده است، یعنی با نور خدا بنگرد و به این ترتیب خوب بیابد که برای فردای خویش چه پیش می‌فرستد.

به بیان دیگر این قسمت از تقوا یعنی آنکه شخص علم به دست آورد و بداند که هر یک از اعمال او چه خروجی یا سرانجامی را برای او رقم خواهد زد. این علمی است که او مرتباً باید در کسب آن کوشا باشد. پس کار او در فرآیندی که خدا بر آن حاکم است خروجی‌ای خواهد داشت و این خروجی، آخر کارش را تعیین می‌کند. همین جاست که ملاحظه خدا و فقط خدا معنی دارد. باید خدا را که حاکم است در این شناسایی دخیل نمود و هیچ چیز دیگر را در آن وارد نکرد. توجه کرد که از آنجا که همه چیز با قانون و قاعده اوست و نه کس دیگر، بی معنی است که در این شناسایی ملاحظه دیگری جز آنچه او فرموده است که لحاظ شود، دخیل گردد.

بخش دوم پیام آیه نیز به آنچه پس از ملاحظه خروجی باید در نظر گرفته شود می‌پردازد. باید خروجی ملاحظه شده با آنچه خدا انتظار دارد و فرمان داده که باید باشد، مقایسه گردد و تقوای لازم نسبت به مسیری که خدا تعیین کرده است و می‌کند لحاظ شود و مراقبت گردد که خطاسنجی و اقدام لازم صورت پذیرد چرا که «همانا خداوند به هر آنچه می‌کنید کاملاً با خبر است.»

شکل ۱-۳ این دو بخش را در کنار هم و در خدمت یکدیگر نشان می‌دهد. در این شکل می‌توان مشاهده کرد که این دو بخش در کنار هم چگونه می‌توانند روند پیش‌رفت هر کس را موجب گردند.



شکل ۱-۳- تقوای خداوند دو بخش دارد؛ هم در مقایسه و اقدام علیه خطا و هم در مشاهده نتیجه عمل باید تقوای خداوند را رعایت کرد.

رفتاری را که می توان در مقابل این تقوا داشت نیز در آیه بعدی یادآوری شده و بیان شده است که در هر یک از دو تقوا ممکن است خداوند به فراموشی سپرده شود و لذا جز انحراف از مسیر پیش رفت چیزی به دست نمی آید:

وَلَا تَكُونُوا كَالَّذِينَ نَسُوا اللَّهَ فَأَنْسَاهُمْ أَنْفُسَهُمْ أُولَٰئِكَ هُمُ الْفَاسِقُونَ^۱

و نباشید مانند کسانی که فراموش کردند خدا را پس در نتیجه فراموش ساختن خودشان را اینان همان بدکارانند*

^۱ سوره حشر، آیه ۱۹؛ و مانند کسانی نباشید که خدا را فراموش کردند پس خدا هم خودشان را از یادشان برد. آنان همان

در اینجا لازم است عیناً نظر حضرت علامه طباطبائی در المیزان را ذیل این آیه شریفه

بیآوریم:

و معنای آیه چنین است: ای کسانی که ایمان آورده/اید با اطاعت از خدا تقوی به دست آورید، اطاعت در جمیع اوامر و نواهی اش، و نفسی از نفوس شما باید در آنچه می کند نظر افکند، و ببیند چه عملی برای روز حسابش از پیش می فرستد، آیا عمل صالح است، یا عمل طالح. و اگر صالح است عمل صالحش شایستگی برای قبول خدا را دارد، و یا مردود است؟

و در جمله «وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ»، برای بار دوم امر به تقوی نموده، می فرماید: علت اینکه می گویم از خدا پروا کنید این است که «إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ» او با خبر است از آنچه می کنید. و تعلیل امر به تقوی به اینکه خدا با خبر از اعمال است، خود دلیل بر این است که مراد از این تقوی که بار دوم امر بدان نموده، تقوای در مقام محاسبه و نظر در اعمال است، نه تقوای در اعمال که جمله اول آیه بدان امر می نمود، و می فرمود: «اتَّقُوا اللَّهَ».

پس حاصل کلام این شد که: در اول آیه مؤمنین را امر به تقوی در مقام عمل نموده، می فرماید عمل شما باید منحصر در اطاعت خدا و اجتناب گناهان باشد، و در آخر آیه که دوباره امر به تقوی می کند، به این وظیفه دستور داده که هنگام نظر و محاسبه اعمالی که کرده/اید از خدا پروا کنید، چنان نباشد که عمل زشت خود را و یا عمل صالح ولی غیر خالص خود را به خاطر اینکه عمل شما است زیبا و خالص به حساب آورید.

اینجاست که به خوبی روشن می‌گردد که مراد از تقوی در هر دو مورد یک چیز نیست، بلکه تقوای اولی مربوط به جرم عمل است، و دومی مربوط به اصلاح و اخلاص آن است. اولی مربوط به قبل از عمل است، و دومی راجع به بعد از عمل.^۱

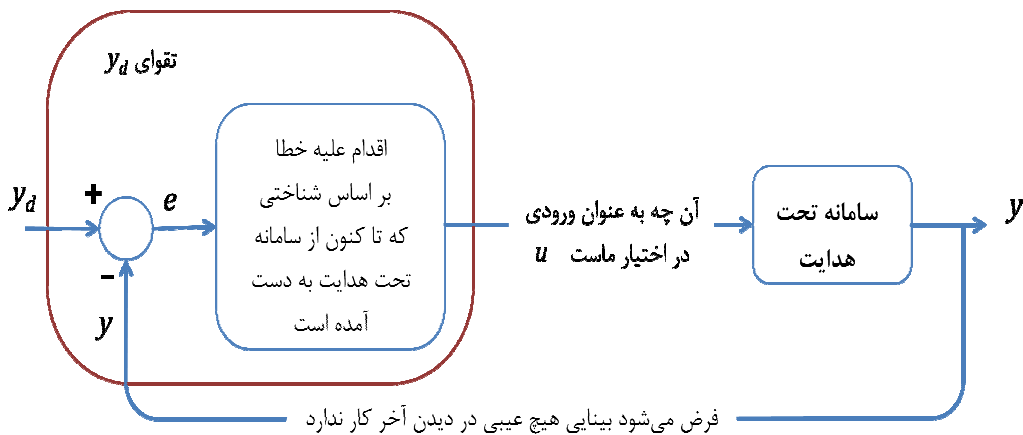
۱-۶-۱ - یک نمونه رعایت تقوا

خداوند فرمان داده است که برای او شریک نگیرید! کسی که تقوای خدا دارد این فرمان را نصب‌العین خود قرار می‌دهد و بسیار مراقبت می‌کند تا تقوای این فرمان را داشته باشد، یعنی اول مراقبت می‌کند تا خطاهایی که از این فرمان از او سر زده است را شناسایی کند و سپس اقدام مناسبی بر علیه آن سامان می‌دهد (به شکل ۱-۴ توجه کنید). اما برای این کار نیاز دارد بداند چه کارهایی از او می‌تواند بوی شرک داشته باشد تا از آنها پرهیز کند. یعنی باید علم پیدا کند که چه عمل‌هایی از اعمال او شرک‌آلود است و کدام عمل‌های او علیه شرک است. یعنی در اعمالی که در شبانه‌روز چه به صورت منظم و چه به صورت پیشامدی در حال انجام است، او باید حواسش جمع باشد و ببیند چه پیش می‌فرستد، آیا شرک یا مقابله با شرک برای فردای خود می‌سازد؟ و این همان معرفت و شناختی است که باید پیدا کند تا بتواند حلقه هدایتی خود را سامان بخشد.

به بیان شکل ۱-۴ یعنی باید ببیند، u هایی که از سوی او ممکن است چه γ هایی را برای فردای او پیش می‌فرستد؟ تا بتواند آن γ ها را با فرمان داده شده (γ_d) مقایسه و تقوای لازم را

^۱ ترجمه تفسیر المیزان، ج ۱۹، ص: ۳۷۷

اعمال نماید. نکته‌ای که باید بیشتر بر روی آن تأکید کنیم این است که فرد برای یافتن آن شناخت و معرفت نیز باید تقوای خدا را داشته باشد تا آن شناخت نیز هر چه دقیق‌تر و بی‌خطا تر باشد.



شکل ۱-۴- نمایش دیگری از تقوای فرمان خداوند

برای فهم بهتر این مثال کافی است توجه کنید که بسیاری از کارها - که مردمان موحّد، کافر، مشرک و منافق انجام می‌دهند - به لحاظ ظاهری عناوین مشابهی دارند. می‌خورند، می‌خوابند، کشت و زرع می‌کنند، تجارت می‌کنند، درس می‌دهند و درس می‌گیرند و ... خوب! چه چیزی است که کار آنها را از هم متمایز می‌کند؟ پاسخ این پرسش همان شناختی است که لازم است کسب گردد. در واقع آنچه ایشان در همین کارهای ظاهراً «هم‌عنوان» به اجرا می‌گذارند در آنچه

^۱ از این پس ورودی سامانه هدایتی یا همان فرمان داده شده را با نماد d نشانه‌گذاری می‌کنیم که یادآور کلمه *desire*

برای خود پیش می‌فرستند، کاملاً فرق دارد. اینکه شناسایی کنیم که از دیدگاه فرمان عدم شرک (یعنی همان y_d)، هر کدام از کارهای اختیاری‌شان (یعنی همان u ها)، چقدر مشرکانه و چقدر ضد شرک و خلاصه چگونه بوده است (یعنی شناسایی y)؟ این همان تقوا است که باید به دقت مورد نظر قرار گیرد و به دست آید. این همان $وَلْتَنْتَظِرْ نَفْسُ مَا قَدَمْتُ لِعَدِّ هَسْت$ و این همان شناختی است که باید نسبت به «عالم خود از دنیا تا آخرت» به دست آوریم.

حال فرض کنید، من - که معلمی شغل اصلی‌ام هست - خوب که خدا توفیقم می‌دهد، می‌بینم که در ارائه درس دقت می‌کنم تا به خوبی آن را انجام دهم. ولی برای من، نظری دانشجویان و یا نظری که مدیران بالاسری‌ام می‌دهند بسیار مهم شده است؛ به گونه‌ای که گاه سعی می‌کنم مورد پسند آنها نیز واقع گردم و کارهایی را سامان می‌دهم که خشنودی آنها را فراهم سازم. در این کارها خشنودی خدا نیست که مقدم است و فرمان او باعث آن کارها نیست، بلکه به خاطر دیگران غیر خدا، خوب ارائه می‌کنم و نه به خاطر خدا. این یعنی در کارم (هر چند می‌تواند کار ناشایستی هم نباشد) اخلاص ندارم. خوب این یعنی وقتی $y_d (=)$ در آخرت، عمل با اخلاص پذیرفته می‌شود) را با y کنونی مقایسه می‌کنم خطا دارد. تا اینجا توفیق داشته‌ام که تشخیص دهم خطا دارم و در آخر کار چیزی نصیب نشده است ($وَمَا لَهُ فِي الْآخِرَةِ مِنْ نَصِيبٍ$)^۱ این ابتدای تقوا است ولی این همه تقوا نیست. همان‌گونه که گفته شد، لازم است اقدامی درست برای جبران و تصحیح این خطا انجام دهیم. اینکه فقط به خطا توجه کنیم و آن را ببینیم کافی نیست. بلکه باید پس از خطاسنجی اقدام و جبران علیه خطا کنیم.

^۱ سوره شوری آیه ۲۰؛ ولی در آخرت هیچ نصیبی ندارد.

در اینجا باید علم و شناختی داشته باشیم که بدانم چه عمل‌هایی از من می‌تواند این اخلاص معلمی را بیشتر کند و شرک‌ورزی را در من کاهش دهد؟! حال فرض کنید به نحوی درباره «نتیجه‌گیری اعمال خودم» (همان خروجی سامانه تحت هدایت) آموخته باشم و شناخت پیدا کرده باشم که اگر حضور قلبم را در نماز (همان بهترین یاد خدا) بیشتر کنم، شرک‌ورزی در من کاهش خواهد یافت. توجه کنید این یک علمی است که باید پیشتر یافته باشم وگرنه نمی‌دانم باید چگونه با شرک‌ورزی مقابله کنم! خوب حالا اقدام می‌کنم که در نماز حضور قلب بیشتری داشته باشم تا إن شاء الله این کار باعث شود کمبود اخلاصم جبران گردد. البته به خوبی می‌دانید که مثلاً این کار باعث خواهد شد تا آن کارهایی را که از خشنودی خدا شروع نشده بود، دیگر انجام ندهم و توجه کنم که دستورات خداوند را نیز فقط و فقط به دلیل اینکه خدا گفته است به انجام رسانم. یادآوری خدا در من باعث خواهد شد که او برای من بزرگتر از همه شود و دیگر کمتر کاری را برای غیر او به انجام رسانم.

۱-۶-۲ - شناخت ما، چقدر می‌تواند دقیق و درست باشد؟

بنابه دستور قرآن لازم است شناخت ما نیز با تقوای خدا به دست آید. یعنی باید همه آنچه خدا یاد داده است را به کار بگیریم و تا جایی که ممکن است هر چه دقیق‌تر و روز به روز بهتر شناخت یابیم تا بتوانیم در چرخه هدایت او بهتر و بهتر عمل کنیم.

اما به خوبی می‌دانیم که این شناخت به هر حال به کمالی که خداوند می‌داند نمی‌رسد و به همین دلیل است که ما اصطلاحاً در عمل، همواره باید به خداوند متعال توکل کنیم. خداوند یاد

داده است که هر آنچه به شما آموخته‌ام را عمل کنید تا بیشتر نیز به شما بیاموزم.^۱ البته موضوع توکل، شرح بیشتری می‌طلبد که در انتهای همین فصل، ذیل بحث پایداری تا اندازه‌ای به آن می‌پردازیم.

۷-۱- گفتمانی درباره موضوعات فنی

برای اینکه بتوان تقوای خداوندی را در موضوعات فنی مطرح کرد و آن را در کنار دیگر تقواها در نظر گرفت، لازم است مقدماتی را فراهم نمود. آنچه در بالاتر گذشت، تأکید بر این بود که تمامی پیشرفت‌ها مدیون خداوند و تقوای او را داشتن است. از این پس در گویش خود همین که می‌گوییم «تقوای او» منظور همان «رعایت و داشتن تقوای او» است. به همین ترتیب وقتی می‌گوییم «تقوا در قلان کار» یا «تقوای فلان کار» منظور «رعایت و داشتن تقوای خداوند در مورد فلان فرمان او» است. همان گونه که قرآن نیز چنین گویشی را داشته است. این گویش هم ساده‌تر است و هم منظور را صریح‌تر می‌رساند.

پیش‌رفت زمین و آسمان‌ها و هر آنچه در آنهاست، از جمله گیاهان و جانوران و نهایتاً انسان‌ها، در تمامی وجوهشان همه و همه مدیون تقوای اوست؛ قرآن برای بیان این مهم در تمامی مراتب آفرینش توجه می‌دهد که همه این مخلوقات نفس‌هایی دارند و خداوند تقوای لازم‌شان را به نوعی به همگی ایشان در مراتب گوناگونشان وحی می‌کند و آنها نیز با اطاعت و

^۱ وَ إِذْ تَأْتِيَنَّكُمْ رِجَالُكُمْ لَا يَلْبِثُونَكُمْ إِلَّا لَازِيَةً ۚ وَلَئِنْ كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ، سوره ابراهیم آیه ۷؛ و آنگاه که پروردگار شما اعلام

کرد که اگر واقعاً سپاسگزاری کنید، البته نعمت شما را افزون خواهم کرد و اگر ناسپاسی کنید عذاب من بسیار سخت است.

فرمان‌برداری بی‌چون و چرا از آن دستورات، پیش‌رفت می‌کنند. در این رابطه ببینید که چگونه قرآن در مورد مراحل انتهایی آفرینش زمین و آسمان‌ها با این مخلوقات سخن می‌گوید:

ثُمَّ اسْتَوَىٰ إِلَى السَّمَاءِ وَهِيَ دُخَانٌ فَقَالَ لَهَا وَ لِلْأَرْضِ ائْتِيَا طَوْعاً أَوْ كَرْهًا قَالَتَا أَتَيْنَا طَائِعِينَ * فَفَضَّاهُنَّ سَبْعَ سَمَاوَاتٍ فِي يَوْمَيْنِ وَأَوْحَىٰ فِي كُلِّ سَمَاءٍ أَمْرَهَا وَ زَيْنَّا السَّمَاءَ الدُّنْيَا بِمَصَابِيحَ وَ حِفْظًا ذَلِكَ تَقْدِيرُ الْعَزِيزِ الْعَلِيمِ^۱

سپس پرداخت به آسمان درحالی که دودی بود و گفت به او و به زمین هر دوتان بیایید گوارا یا ناگوار، هردو گفتند: هر دو آمدیم فرمان‌بردارانه* در نتیجه به پایان رساندیم‌شان هفت آسمان را پس وحی کردیم در هر آسمان فرمانش را و زینت دادیم آسمان دنیا را به وسیله چراغ‌ها درحالی که نگهداری هم داشتند، آن اندازه‌گذاری شکست و نفوذناپذیر کاملاً دانا است*

آنچه گذشت نشان داد که زمین و آسمان‌ها تقوای او را داشته‌اند چرا که فرمان‌برداری خود را پیشاپیش اعلام کردند و سپس خداوند فرمان‌ها را وحی نموده است. نفس ایشان طوری است که بی‌چون و چرا پذیرفته است که تقوا کند و بی‌تقوایی نکند. این یعنی نفس ایشان تک ساحتی است و نه دو ساحتی. یا به عبارت ساده‌تر این نفوس فرمان‌برداری دارند و هرگز نافرمانی ندارند. آنچه در تکامل خود آسمان‌ها و زمین رخ داده همه مرهون همین فرمان‌برداری بوده است. این موضوع

^۱ سوره فصلت آیات ۱۱ و ۱۲: سپس به آسمان پرداخت در حالی که [به صورت] دودی بود. آنگاه به آن و به زمین گفت: خواه یا ناخواه بیایید. گفتند فرمانبردارانه آمدیم. پس آنها را در دو روز هفت آسمان کرد و در هر آسمانی کار [مربوط به] آن را وحی نمود. و آسمان نزدیک تر را به چراغ‌ها آذین کردیم و حفاظت [نمودیم]. این تدبیر آن نیرومند دانا است.

در مراتب بالاتری از آفرینش از جمله نفوس فرشتگان، نفوس گیاهان و نفوس جانوران - که هر کدام نیز به طور مشابه فرمان برداری دارند و در خدمتند - نیز برقرار است. برای یک نمونه ببینید که خداوند چگونه برای پیش رفت زنبور عسل در زندگی اش با او سخن گفته است:

وَ أَوْحَىٰ رَبُّكَ إِلَى النَّحْلِ أَنِ اتَّخِذِي مِنَ الْجِبَالِ بُيُوتًا وَمِنَ الشَّجَرِ وَمِمَّا
يَعْرِشُونَ^۱*

پس پروردگارت به زنبور عسل وحی کرد که بگیر از کوهها، خانهها و از
درختان و از آنچه عرش می‌برند*

و اما آفرینش انسان که در پایان است از همه نیکوتر است. انسان دارای کلیه این نفوس هست. یعنی هم جسم دارد، هم نفس نباتی و هم نفس جانوری. هر یک از این نفوس نیز همه ویژگی‌های تقوایی فرمان بردارانه را از خداوند دارند. به همین دلیل است که پیش رفت آنها در جریان است. در کنار همه این نفوس که در انسان هست، انسان قلبی دارد که تصمیم‌گیری‌های اساسی در آن صورت می‌پذیرد و خود شامل نفوس دیگری است. این قلب - که همان خود و نفس ماست و هر یک از ما به عنوان من از آن یاد می‌کنیم - آن چنان بزرگ و پیچیده است و آن چنان دقایقی دارد که به هیچ وجه با نفس‌های دیگر جسمی، گیاهی و حیوانی در انسان قابل مقایسه نیست.

^۱ سوره نحل آیه ۶۸: و پروردگار تو به زنبور عسل الهام کرد که: از کوهها و درختان و از داربست‌هایی که [مردم] می‌سازند

لانه‌هایی بگیر.

خود این قلب شامل مخلوقات بسیاری است و عمده آنها به شنوایی و بینایی و تصمیم‌سازی و دو نفسِ کلیه ناطقه عاقلی و نفس اماره نکرای جاهلی خلاصه می‌شود. قلب مختار به گزینش و به کارگیری فرمان‌های هر یک از این دو نفس - که ضد هم‌اند - هست. این اختیار به معنی دو ساحتی بودن قلب است. این اختیار قلب می‌تواند کار قلب را به جایی برساند که بیمار شود و تا آنجا برسد که نسبت به حق ناشنوا و ناگویا و نابینا شود. این بار این انسان است که می‌تواند تقوا به خرج ندهد و از مسیر پیشرفتش خارج و بدبخت شود. دقت کنید این درحالی است که نفوس دیگر او همچنان فرمان خداوندی را فرمان‌برداری می‌کنند. مثلاً جسم او می‌بیند، می‌شنود و سخن می‌گوید. یعنی بینایی حیوانی او، شنوایی حیوانی او و گویایی حیوانی او به خوبی کار می‌کند. اما نفس قلب اوست که از پیشرفت‌های فوق‌العاده‌ای بازمانده است. نمی‌تواند پا را فراتر از نفوس حیوانی گذارد تا به رتبه‌های بالاتری از جمله نفوس فرشتگان تا فرشتگان مقرب دست یابد. برعکس از همه امکانات داده شده استفاده می‌کند تا با بی‌تقوایی در قلب به ازدیاد عذاب ناشی از بی‌تقوایی هر چه بیشتر ادامه دهد و جهنمی سوزناک‌تر فراهم آورد.

آنچه گذشت نشان می‌دهد که از جایی به بعد در مخلوقات، مخلوقی است که دو ساحتی است و در هر یک از دو ساحت نیز حرکت دارد. اما این حرکت در یکی پیشرفت است و نعمت مطلق و لذت سرشار و بی‌شکنجه و در دیگری چنین نیست و بلکه معکوس و پس‌رفت است. پیش‌رفتش باز هم زیر سایه تقوا است و پس‌رفتش نیز زیر سایه انواع بی‌تقوایی است.

و نَفْسٍ وَّ مَا سَوَّيْنَاهَا * فَالْهَمَّهَا فَجُورَهَا وَ تَقْوَاهَا * قَدْ أَفْلَحَ مَنْ زَكَّيْنَاهَا * وَ قَدْ خَابَ مَنْ دَسَّيْنَاهَا *

قسم به نفس و آنچه پرداختش نمود* پس الهام نمودش فجورش را و تقوایش را* پر واضح بود که نتیجه گرفت هر کس که پاکش نمود* و پر واضح بود که فرو افتاد هر کس که دسیسه اش نمود*^۱

تا اینجا روشن شد که در تمامی نفوس، هر پیشرفتی مدیون و مرهون تقوای اوست و بس! و هیچ مغایرتی بین پیشرفت جسمی و گیاهی و حیوانی انسان و پسرفت روحانی او نیست. چرا که هر نفسی کار خودش را به انجام می‌رساند. یک نفس با رعایت تقوا راه پیشرفت و تعالی را در پیش می‌گیرد و نفس دیگر ... اما نکته اینجاست (و البته پر واضح است) که پیشرفت انسانی پیشرفت جسمی و حیوانی و گیاهی او نیست و پیشرفت مورد نظر برای او بسیار والاتر از اینهاست.

۱-۷-۱ - فن‌آوری

اما یک چیز دغدغه آفرین و پرسش‌برانگیز هنوز بی‌پاسخ مانده است! و آن این است که پیشرفت‌هایی از بشر در طول تاریخ مشاهده می‌شود که فقط به بخش‌های جسمی، حیوانی و گیاهی او باز نمی‌گردد. مگر می‌توان این پیشرفت‌ها را نادیده گرفت؟ پیشرفت‌هایی که باعث شده است انسانی که تا دیروز از سنگ و شمشیر برای دفاع و مبارزه بهره می‌برد، حالا از موشک و بمب هسته‌ای استفاده کند! اگر بخواهیم این پیشرفت‌ها را فقط به تقوای حیوانی و جسمی و گیاهی نسبت دهیم ناچار باید مشابه آن را در انواع حیوانات و گیاهان و اجسام نیز می‌دیدیم، مثلاً باید

^۱ سوره شمس آیات ۷ تا ۱۰

می‌دیدیم که نوع خانه‌سازی و ارتزاق و دفاع یک زنبور در طول دوران زنبورها نسل به نسل پیش‌رفت می‌کرد! یا مثلاً می‌دیدیم که مورچه‌ها نیز برای گذر از آب قایق بسازند. نمونه‌های فراوانی می‌توان شمرد که این موضوع را به رخ بکشد. چرا تاکنون ندیده‌ایم که مثلاً سگ‌ها و گربه‌ها نیز تلویزیون درست کنند و فیلم بسازند و در جاهایی بنشینند و فیلم ببینند و ...!

پس نه می‌توان این پیشرفت‌ها را نادیده انگاشت و پنداشت که هیچ پیشرفتی در کار نبوده است و نه می‌توان آنها را فقط به تقوای نفوس حیوانی و جسمی و نباتی انسان مربوط کرد. باید نکته دیگر و تقوای دیگری در کار باشد به گونه‌ای که آن تقوا بتواند این پیشرفت‌ها را موجب شده باشد. صریحاً بگوییم هر جا پیشرفتی از این دست هم ببینیم باز هم باید رد پای تقوای خدا را جستجو کنیم و آن پیش‌رفت را نیز مرهون این تقوا بدانیم. البته اگر این پیشرفت‌ها را به نام فن و فن‌آوری بشر بنامیم، با این پرسش رو به روییم که این پیشرفت‌ها ناشی از کدامین تقواهاست و رعایت کدامین فرمان‌های خداوند است و آیا چنین ارتباطی بین تقوا و پیش‌رفت وجود دارد یا خیر؟!

داستان چیست و نکته کجاست؟! آیا قرآن به این پرسش مهم پرداخته و آن را شکافته است؟! پاسخ این است که قرآن همه این تقسیم‌بندی‌ها را از جمله این پرسش و پاسخ را هم آموزش داده است! پیش از اینکه ببینیم قرآن به این موضوع چگونه پرداخته است، خوب است بدانیم که یکی از مهمترین موضوعاتی که قرآن به آن پرداخته و بسیار هم پرداخته همین است هرچند در اینجا ما بسیار مجمل از آن خواهیم گذشت.

دو کلیدواژه این موضوع در قرآن «تسخیر» و «نعمت» است. تسخیر یعنی مهار کردن، رام نمودن و در کنترل درآوردن. نعمت یعنی رحمت‌هایی از خداوند که در عین رحمت بودن برای انسان به رحمت بهره‌برداری و لذت نیز برای او قرین گردد. روزگاری بر انسان گذشته که فن قایق‌سازی را نداشت و نمی‌توانست از لذت قایق‌سواری و استفاده‌های گوناگون بعدی بهره‌مند گردد. ولی حالا که خداوند این فن‌آوری را به انسان داده است بسیاری بهره‌ها را می‌برد که پیش از آن نداشت و یا به قولی شاید خوابش را هم نمی‌دید. در اینجا است که می‌گوییم آن رحمت برای او به نعمت تبدیل شده‌است و اصطلاحاً می‌گوییم از نعمت آن برخوردار شده‌است.

خداوند در قرآن نسبتی را بین ما انسان‌ها و همه آنچه در آسمان‌ها و زمین است، تبیین نموده است. نسبتی بین ما و بقیه مخلوقات در آسمان‌ها و زمین برقرار کرده و با کلمه تسخیر بیان نموده است. ابتدا یکی از این آیات را می‌آوریم:

أَلَمْ تَرَوْا أَنَّ اللَّهَ سَخَّرَ لَكُم مَّا فِي السَّمَاوَاتِ وَمَا فِي الْأَرْضِ وَأَسْبَغَ عَلَيْكُمْ
نِعَمَهُ ظَاهِرَةً وَبَاطِنَةً وَمِنَ النَّاسِ مَن يُجَادِلُ فِي اللَّهِ بِغَيْرِ عِلْمٍ وَلَا هُدًى وَلَا
كِتَابٍ مُّبِينٍ^۱

آیا ندیدید که خداوند رام کرد برای شما آنچه در آسمان‌ها و آنچه در زمین
است و ضمناً، به وفور فراگیر نمود بر شما، نعمت‌های ظاهری و باطنی را،

^۱ سوره لقمان آیه ۲۰: آیا ندیدید که خدا آنچه در آسمان‌ها و در زمین است مسخر شما ساخت، و نعمت‌های آشکار و پنهان

خود را بر شما کامل کرد؟ [باز] برخی از مردم بدون هیچ دانش و هدایت و کتاب روشنگری درباره خدا مجادله می‌کنند.

و با این حال، برخی از مردم هستند که جدل می کنند درباره خداوند،

بی هیچ دانشی و نه هدایت شدنی و نه کتابی نوربخش*

دقت ویژه این است که در این نسبتی که خداوند برقرار کرده ظاهراً فرقی بین انواع انسان ها نگذاشته است. نکته این نسبت را فقط برای مؤمنین و یا کافرین، منافقین و غیره قرار داده است. گویا عمومی است.

فرآیندی که طی می شود تا خداوند کشتی را برای ما به مهار درآورد - تا آنجا که ما نهایتاً از نعمت آن برخوردار گردیم - فرآیندی است که در آن فرمان های فراوانی از خداوند به ما رسیده است و ما با تقوای آنها به این برخورداری رهنمون شده ایم.

عموماً نسبت به اینکه این برخورداری های روزافزون نیز همگی مرهون گوش فرا دادن به امر و نهی های خداوند است، بی توجهی بسیار بسیار فوق العاده ای می شود. عموماً تصور می کنیم خودمان به خودی خود این توانایی ها را به دست آورده ایم. به مثالی که می آورم دقت کنید. در مورد به راه افتادن مان روی دو پا در طفولیت، اگر کسی از ما بپرسد که چگونه شد که به این مهارت دست یافتی؟ شگفت زده می شویم و معمولاً به خودمان، پدر و مادر و غیره نسبت می دهیم، اما کمتر می شود که به دست آوردن این مهارت را به خداوند نسبت دهیم و بگوییم خداوند این جسم را به من داد و آن را برای من مهار کرد و تسخیر نمود و من در یک فرآیند نسبتاً طولانی ای با گوش دادن های زیادی به فرمان های گوناگون او، از این نعمت برخوردار شدم. حالا فن راه رفتن را دارم، و به همین ترتیب فن خوردن و آشامیدن، فن سخن گفتن و ... را در دست دارم.

حالا این فنون عمومی را کنار یک فن اختصاصی بگذارید! مثلاً هواپیماسازی و پرواز در هوا! در اینجا نیز اگر کسی بپرسد که چگونه برخی به این فن دست می‌یابند؟ معمولاً چنین پاسخی نمی‌شنویم که خداوند آنها را برای ایشان مهار کرده است و ایشان در فرآیندی مفصل با گوش دادن به فرمان او به این نعمت رسیده‌اند.

ملاحظه کنید که چه در موارد عمومی و چه در موارد اختصاصی، تقریباً فرقی ندارد، ما خدا را کنار گذاشته‌ایم و ابداً به یاد نیز نمی‌آوریم که تقوای او را به خرج داده‌ایم تا از این نعمت برخوردار شویم. نکته اصلی‌ای که می‌خواهیم به آن توجه کنیم این است که اساساً در کسب تمامی این مهارت‌ها نیز فقط و فقط همان تقوای خداوندی کارساز بوده است و خواهد بود.

اگر بپرسید که آیا همه این پیشرفت‌های فن‌آوری توسط کسانی ظهور می‌کند که تقوای خداوند را به خرج داده‌اند؟ پاسخ، به صراحت این است که بله! حال از خود می‌پرسید که با وجود آنکه می‌دانیم بسیاری از آنها یا کافرند یا مشرک یا منافق و در هر صورت مؤمن نیستند، چگونه آنها متقی هستند بدون اینکه حتی مؤمن باشند؟! از همین جاست که در ذهن بسیاری یک تناقض به جریان می‌افتد. از همین جاست که بسیاری به ورطه تحلیل‌ها و نتایج و دیدگاه‌های نادرست و انحرافی کشیده می‌شوند.

مثلاً خیلی ساده نتیجه‌گیری می‌شود که از آنجا که بسیاری از پیشرفت‌ها توسط انسان‌های غیر مؤمن حاصل شده است، پس پیشرفت فنی، نیازی به تقوای الهی ندارد و مرهون و منوط به آن نیست! تصور می‌شود که تقوای الهی و پیشرفت دو مقوله جدا از هم هستند و از همان جا گرفتاری در وادی جدایی فن از خدا و آرام آرام جدایی علم از دین و سپس وادی جدایی دنیا از

آخرت حاصل می‌شود. همه اینها در حالی است که گاه ما از دروغ گفتن‌های صاحبان تکنولوژی امروز، بین خودشان نیز، با شگفتی یاد می‌کنیم و از تربیت بسیار کارآمد اجتماعی ایشان نیز انگشت به دهان می‌مانیم!

۱-۷-۲- رفع ابهام

می‌خواهیم ان شاءالله در ادامه به این ابهام بپردازیم و رفع ابهام کنیم. کافیت توجه کنید که اساساً همه بدبختی‌ها از فراموشی، غفلت و یا قلدری درباره خدا به وجود می‌آید. ماجرا به آن برمی‌گردد که شما تا کجا به حرف او گوش فرا می‌دهید؟! یعنی به چه منظوری و با چه هدفی به حرف او گوش فرا می‌دهید؟! و آیا به همه حرف‌های او بی‌کم و کاست و بدون گزینش، گوش فرا می‌دهید؟!

آری! می‌خواهیم بگوییم هنگامی که همه فرمان‌های خداوند را بی‌گزینش و بی‌هیچ خودبینی و خود مطرح دانستنی، بی‌چون و چرا، پذیرفتید و به کار بستید؛ آنگاه است که متقی هستید. در مقابل اگر فقط به چند نکته‌ای که حالا قبول دارید پرداختید و تنها آنها را که در همین زندگی زودگذر دنیایی کار می‌کند، رعایت نمودید، این را نمی‌توان «تقوای خدا داشتن» نامید. این را باید تقوای برخی از فرمان‌های خداوندی در کنار کفر و کنار زدن برخی دیگر، نام‌گذاری نمود. قرآن

تعبیر می کند به * تَوْمِنُونَ بَعْضَ الْكِتَابِ وَ تَكْفُرُونَ بَعْضٍ ^۱ * این کار نوعی از نفاق و شاید از بدترین آنها باشد.

مثلاً فردی را در نظر بیاورید که از خداوند و اولیائش آموخته و متوجه شده است که افرادی که اهل دروغ نباشند، امانت دار خواهند بود و لذا می داند که باید بر گنجینه های اموال خود چنین افرادی را بگمارد. خوب! چنین افرادی را تربیت می کند و بر نگهداری و حساب و کتاب اموالش می گمارد. ولی همه این تقواها را به خرج می دهد تا بتواند اموال بیشتری جمع آوری کند، تا افراد بیشتری را تحت سلطه ستمکارانه مستکبرانه خود درآورد. آیا او را می توان همچنان متقی شمرد؟! تعبیر دیگر قرآن این است که ایشان می خواهند سر خدا را کلاه بگذارند و او را فریب دهند و یا می خواهند ایمان آورندگان را فریب دهند. قرآن فوراً پاسخ می دهد که ایشان فقط و فقط در حال فریب دادن خودشان اند.^۲

همین جاست که خداوند در قرآن، اراده انسان ها و سپس سعی و تلاششان را به دو گونه کلی تقسیم نموده و برای این پرسش رفع ابهام ابدی کرده است. تقوای خداوندی را داشتن تا رسیدن به فن راه رفتن روی دو پا و تا رسیدن به فن پرواز، در هر صورت رسیدن به فن است. ولی

^۱ ... أَوْ تَوْمِنُونَ بَعْضَ الْكِتَابِ وَ تَكْفُرُونَ بَعْضٍ فَمَا جَزَاءُ مَنْ يَفْعَلُ ذَلِكَ مِنْكُمْ إِلَّا خِزْيٌ فِي الْحَيَاةِ الدُّنْيَا وَ يَوْمَ الْقِيَامَةِ يُرَدُّونَ

إِلَى أَشَدِّ الْعَذَابِ وَ مَا لِلَّهِ بِغَافِلٍ عَمَّا تَعْمَلُونَ ، سوره بقره، آیه ۸۵؛ آیا به بخشی از تورات ایمان می آورید و بخشی را انکار می کنید؟ پس سزای کسی از شما که چنین کند، جز خواری در زندگی دنیا نیست و روز قیامت به سخت ترین عذاب بازگردانده می شوند، و خدا از آنچه می کنید غافل نیست.

^۲ يُخَادِعُونَ اللَّهَ وَ الَّذِينَ ءَامَنُوا وَ مَا يَخْدَعُونَ إِلَّا أَنْفُسَهُمْ وَ مَا يَشْعُرُونَ سوره بقره آیه ۹؛ خدا و مؤمنان را فریب دهند، درحالی

که جز خودشان را فریب نمی دهند، ولی نمی فهمند.

این رسیدن‌ها همه اراده دیگری را پشت سر داشته است. آن اراده اصلی و اساسی است که عاقبت کار و رسیدن و نرسیدن به نتیجه نهایی را تعیین می‌کند. آن است که تعیین‌کننده نهایی است.

یک نکته اصلی و سؤال مستمر در این تقوا به خرج دادن‌های فنی وجود دارد؛ چرا می‌خواهید این تقوا را به خرج دهید؟ اگر پاسخ دهید اراده برخورداری از یک نعمتی در همین دنیا دلیل رعایت تقوا است، دوباره می‌توان همین پرسش را طرح نمود که چرا؟ یعنی آن نعمت را برای چه می‌خواهید؟! و این سؤال می‌تواند ادامه پیدا کند تا نهایتاً در جایی متوقف شوید و به چرای نهایی برسید! این مقصد نهایی شماست که روشن می‌کند که شما تا کجای داستان را دیده‌اید و به خاطر چه چیزی امروز دارید فلان تقوا را به خرج می‌دهید. این نشان می‌دهد شما کجا را نشانه رفته‌اید.

اگر انسان در همین امروز و در همین تقوای فنی امروز تا سرانجام کار را دیده و اراده تقوای الهی برای تمامی مراحل اولیه، میانی و تا سرانجام کار را کرده باشد، اصطلاحاً قرآن می‌گوید: او اراده آخرت نموده است!^۱ او آخرت را نشانه رفته است.

اما اگر نه، این گونه نباشد، یعنی هم‌اکنون که این تقوا را به خرج می‌دهد، اراده ندارد که این تقوا را تا پایان و سرانجام و آخر کار ادامه دهد، بلکه خود از هم‌اکنون نیز برنامه دارد تا در میان راه پس از برخورداری از نعمتی، تقوای آتی را - که خداوند در به کارگیری آن نعمت فرمان داده است - کنار بگذارد و دیگر رعایت نکند، خداوند در قرآن این شیوه و رفتار را به نام برنامه‌ریزی

^۱ سوره اسراء آیه ۱۸؛

برای ارادهٔ عاجله می‌خواند.^۱ یا در جایی دیگر به آن برنامه‌ریزی برای ارادهٔ کشتِ دنیا، اطلاق می‌کند.^۲

خداوند در قرآن، قاعده و فرمولِ برخورد خود با چنین داستانی را رو می‌کند و می‌آموزاند. او می‌گوید:

مَنْ كَانَ يُرِيدُ الْعَاجِلَةَ عَجَّلْنَا لَهُ فِيهَا مَا نَشَاءُ لِمَنْ نُرِيدُ ثُمَّ جَعَلْنَا لَهُ جَهَنَّمَ يَصْلَاهَا مَذْمُومًا مَذْهُورًا *^۳

هر کس که در حالِ ارادهٔ چیزِ زود هنگامی باشد، زود هنگام خواهیم نمود برای او، آنچه را بخواهیم، برای آنکه بخواهیم، سپس مقرر کردیم برایش جهنم را، واردش می‌شود و می‌سوزد درحالی که مورد مذمت و کنار گذاشته شده است*^۴

ملاحظه می‌کنید که با این چنین اراده‌ای حتی آنچه در همین زود هنگام نیز برای شخص به دست می‌آید، لزوماً چیزی که او خواسته و برای کسی هم که او خواسته‌است، نیست، بلکه خواست دیگری در کار است که نصیب او را تعیین می‌کند. نه تنها در سرانجام - که اصلِ زندگانی است -

^۱ سوره اسراء آیه ۱۸؛

^۲ مَنْ كَانَ يُرِيدُ خَرْثَ الْآخِرَةِ نَزِدْ لَهُ فِي خَرْثِهِ وَ مَنْ كَانَ يُرِيدُ خَرْثَ الدُّنْيَا نُؤْتِهِ مِنْهَا وَ مَا لَهُ فِي الْآخِرَةِ مِنْ نَصِيبٍ سوره شوری آیه ۲۰؛ هر کس کشت آخرت را بخواهد، به کشت او می‌افزاییم و کسی که تنها کشت این دنیا را طلب کند به او از آن می‌دهیم ولی در آخرت هیچ نصیبی ندارد.

^۳ سوره اسراء آیه ۱۸؛ هر کس خواهان دنیای زودگذر است؛ به زودی هر که را خواهیم نصیبی از آن می‌دهیم، سپس جهنم را برایش مقرر می‌کنیم تا نکوهیده و مطرود در آن وارد شود.

هیچ چیزی جز جهنم و سوختن در آن نصیبش نمی‌گردد، حتی نصیبِ دنیایی او نیز لزوماً همان که می‌خواست و برای همان کسی که می‌خواست نخواهد شد.

و اما در مقابل:

وَمَنْ أَرَادَ الْآخِرَةَ وَسَعَىٰ لَهَا سَعْيَهَا وَهُوَ مُؤْمِنٌ فَأُولَٰئِكَ كَانَ سَعْيُهُمْ
مَشْكُورًا*^۱

و هر کس بخواهد آخرت را و تلاش کند برای آن تلاشش را در حالی که
او مؤمن است پس در نتیجه آنان تلاششان شکرگزاری شده است*

آن که بنا نهاده تا آخر، تقواها را به کار بندد و یعنی اراده آخرت کرده است، کافیت در حین
سعی و تلاش غفلت‌زده نشود و این بنای خود را فراموش نکند و تلاش سرانجام نگرانه‌ای را به
اجرا گذارد؛ البته لازم است پیشاپیش نیز خود را در حاشیه امنیت قرار داده باشد (وَهُوَ مُؤْمِنٌ)، آنگاه
آنان هستند که تلاششان کاملاً درست و بهینه، به کار گرفته شده است.

خودتان می‌توانید فکر کنید و مثال‌های فراوانی را در این دو گونه عملکرد بیاورید. کسی که
بنا می‌نهد تا یک گروه دزدی حرفه‌ای به راه اندازد، در تمامی آموزش‌های فنی و حرفه‌ای خود،
هرگز سعی نمی‌کند مسیرهای ناکارآمد را به کار گیرد. بلکه تمام سعی خود را می‌کند تا هر قدر
می‌تواند از روش‌های درستی که خداوند راهنمایی کرده است و می‌کند، بهره‌برد و آموزش‌ها را هر
چه دقیق‌تر و سریع‌تر به انجام رساند. ضمناً برای روابط و مدیریت‌های بین افراد گروه نیز سعی

^۱ سوره اسراء آیه ۱۹؛ و هر کس آخرت را خواهد و با سعی لازم برای آن بکوشد - در حالی که مؤمن باشد - آنانند که از

سعیشان قدردانی خواهد شد.

خواهد نمود آنچه را خداوند گفته است، به کار بندد تا مدیریت او نافذ باشد. مثلاً هرگز دروغگویی و دورویی در گروه را ترویج نمی‌کند، بلکه از اعتماد به خودش و عدم خیانت به یکدیگر دم خواهد زد. اما همه این کارها را تا درون گروهی است و تا جایی که به هدف زود هنگامشان ضربه نزند، رعایت خواهند نمود تا چیزی را به جیب بزنند.

تجربه نشان داده است که در بسیاری از موارد و شاید در تمامی موارد، کفایت در میان راه کمی مشکل پیش بیاید و نگرانی از نرسیدن افراد گروه به آن مقصد زود هنگام به وجود آید، در این هنگام است که خیانت‌ها شروع می‌شود و آنها حتی تا دریدن یکدیگر نیز پیش می‌روند. این همان است که قرآن می‌گوید در سرانجام کار چیزی نصیبشان نمی‌شود.

تمرین ۱-۱ -

سعی کنید مثال‌های دیگری را در زندگی خودتان و تجربیات دیگران جستجو کنید و این حکمت خداوندی را بهتر بیاموزید.

در ادامه این دو آیه قرآن قاعده خطرناک موجود را آشکارتر بیان می‌کند:

كُلًّا نُمِدُّ هَؤُلَاءِ وَ هَؤُلَاءِ مِنْ عَطَاءِ رَبِّكَ وَ مَا كَانَ عَطَاءُ رَبِّكَ مَحْظُورًا *^۱

همگی را امداد می‌کنیم، آنها و آنها را از سرچشمه عطای پروردگارت، و

سرچشمه عطای پروردگارت به صورت مطلق، جلوگیری نشده است. *

^۱ سوره اسراء آیه ۲۰: همه را، این گروه و آن گروه را از عطای پروردگارت مدد می‌بخشیم و عطای پروردگار تو از کسی منع

نشده است.

در اینجا قرآن یاد می‌دهد که این گونه نیست که اگر کسی عجله‌ای را بخواهد ابداً از آن عجله‌اش هیچ به دست نمی‌آورد بلکه تلاش او - که در مهندسی کنترل آن را تلاش کنترلی گویند - درست بهره‌برداری نمی‌شود؛ لذا نه تنها مطابق با خواسته خودش در سرانجام چیزی نصیبش نمی‌گردد، بلکه حتی نباید انتظار داشته باشد که در عجله هم هر آنچه خواسته و به هر کس که خواسته چیزی نصیب گردد! چرا که اصول تقوایی یاد شده در بالا را رعایت ننموده و لذا در مسیر هدایتی درستی قرار نگرفته و گمراه شده‌است. با این حال شاید چیزهایی در همان عجله‌ای که در نظرش هست، به دست آورد و این گونه نیست که دستاوردش هیچ و هیچ باشد ولی همان چیزی که برایش تلاش کرده‌است لزوماً نیست. خلاصه تلاش بی‌اثر نیست ولی اثر کاملی هم که خواسته‌است حاصل نمی‌گردد.

آنچه بدان راهنمایی می‌شویم یک نکته بسیار بسیار اساسی است و آن این است که در این فرآیند عجله‌خواهی این گونه نیست که خداوند طوری تدبیر کرده باشد که در این عجله هیچ نصیبی برای آنها حاصل نگردد. پس واضح می‌شود که چرا از عجله‌خواهان در این عجله، جَوَلان فراوان و گاه چشم پُر کنی مشاهده می‌گردد. این پاسخ کلی است که بیان می‌کند چگونه جَوَلان‌هایی مانند فرعون‌ها و هامان‌ها و قارون‌ها به وجود می‌آید.

آری، فرمول عطای خداوند فقط منحصر به عطای به سرانجام‌خواهان نیست بلکه این فرمول به گونه‌ایست که عجله‌خواهان را نیز تا حدودی عطا می‌دهد. برای فهم هر چه بهتر درباره چگونگی سنت خداوند در عطایش، لازم است کمی درباره کارکرد حلقه هدایت صحیح، آموزش ببینیم. وقتی به خوبی فراگرفتیم خواهیم توانست، تحلیل کنیم و توضیح دهیم چگونه با اینکه عجله‌خواهی در می‌گیرد، باز هم گاهی و تحت شرایطی از عجله‌خواهی چیزی نصیب خواهد شد.

توضیحاتی که گذشت حداقل دو نکته کاربردی دارد: اول اینکه اگر نمونه‌هایی را از پیشرفت‌های تکنیکی و فنی و معیشتی دیدید که برخی کفار و مشرکین و حتی معاندین و منافقین به آن دست یافته‌اند، چشمتان پر نشود که حقایق به درد بخور را نبینید و سره را از ناسره تشخیص ندهید! چنین نشود که چنان مقهور و مرعوب پیشرفت‌های دنیایی آنان شوید که خود را در مقابل آنها ببازید و خود را وا دهید و نا امید گردید.

دوم و شاید مهمتر اینکه این پیشرفت‌ها را مرهون تقوای خداوندی‌ای بدانید که آنها تا حدودی رعایت نموده‌اند و نه مرهون فرهنگ‌های نادرستی که به ما تزریق می‌کنند. نه پیشرفت‌های دنیایی را انکار کنید و نه پسرفت‌هاشان را در جهان نادیده بگیرید. همه چیز را سر جای خودش درست بگذارید، از همه برای کارهایتان عبرت بگیرید، هیچ گاه سرچشمه اصلی عطا را از دست ندهید و همواره سعی در اتصال به آن داشته باشید تا روز به روز بیش از پیش عایدی نصیبتان گردد و هرگز نیز قطع نشود.

اگر مثلاً نظمی در امور آنها می‌بینید و بسیاری از پیشرفت‌هاشان را مرهون نظمشان می‌یابید، عبرت بگیرید و توجه کنید که آنها فقط به یک سخن مهم امیرمؤمنان گوش فرا داده‌اند^۱ و چنین نتایجی گرفته‌اند. عبرت بگیرید و بفهمید که چه گنجینه‌هایی در اختیار دارید و بهره نمی‌برید. تصمیم بگیرید که توبه کنید و از آن گنجینه‌ها استفاده نمایید. نه اینکه همچنان به تعلیم مغلوط و به هم ریخته و گمراه‌ساز آنها برای جهان سومی‌ها - که به صورت نسخه‌های از پیش طراحی

^۱ أَوْصِيكُمْا وَ جَمِيعَ وَلَدِي وَ أَهْلِي وَ مَنْ بَلَغَهُ كِتَابِي بِتَقْوَى اللَّهِ وَ نَظْمِ أَمْرِكُمْ وَ صَلَاحِ ذَاتِ بَيْنِكُمْ... شما را، و تمام فرزندان و

خاندانم را، و کسانی را که این وصیت به آنها می‌رسد، به ترس از خدا، و نظم در امور زندگی، و ایجاد صلاح و آشتی در میانتان سفارش

می‌کنم... نهج البلاغه، نامه ۴۷

شده عقب‌اندازنده هستند - دل ببندید و آنها را پیگیری نمایید و این کار باعث گردد که همچنان پس و پس‌تر بروید.

آنچه بهینه است و راه مؤمنین در کارهای فنی است چه فرقی یا فرقه‌هایی با کار غیر مؤمنان دارد؟! پاسخ این پرسش هم‌اکنون نباید چندان مشکل باشد. چراکه به خوبی آموختید که تقوای خداوندی در دو جا لازم است. یکی در تعیین اینکه اساساً چرا مثلاً ما می‌خواهیم فنی را یاد بگیریم؟ مؤمن پاسخ می‌دهد که چون خداوند دستور داده است که برای نیازهای جسمی‌ام مثلاً از گندم نان به عمل آورم، تلاش خواهم نمود تا فن پخت نان را بیاموزم تا به درستی اقدام کنم. تقوای دیگر باید در تعیین جایی که لازم است آموختن را در آن بجوییم رعایت شود. مؤمن در فرآیند آموختن نیز هرگز فراموش نمی‌کند که خداوند است که دارد آموزش می‌دهد و دیگران همه فقط واسطه‌های او هستند و اینها همه تسخیرهای اوست برای انسان.

در اینجا بسیاری می‌پرسند خوب! چه فرقی می‌کند که این تقواها را داشته و یا نداشته باشیم، به هر حال رهنمون می‌شویم و فن را یاد خواهیم گرفت. پاسخ این پرسش از اهمیت فوق‌العاده برخوردار است.

تقوای قسمت اول را بسیاری تقریباً بی‌چون و چرا می‌پذیرند و می‌گویند مثلاً اگر کسی نان را می‌خواهد تا به دستور خدا جسمش را حفظ کند از آنجا که با چنین جسمی دستورات خدا را نشان نموده‌است از جسم او نه تنها ستم به دیگران سر نخواهد زد بلکه دست‌گیری از دیگران دیده خواهد شد. خلاصه این افراد انتظار دارند آنچه با تقوای خدا سازگار است از جسم نان‌خورده او سرزند. برعکس باور دارند کسی که نه برای آخرت‌جویی بلکه برای یک عجله‌ای به دنبال نان رفته

است، (مثلاً خواسته قوی شود تا با قلدری بتواند در دنیا بر دیگران تسلط یابد) حداکثر همان عجله را به دست خواهد آورد و ممکن است خداوند در این چند روزه دنیا به او امکان قلدری دهد.

اما تقوای خدا در قسمت دوم معمولاً بسیار مورد غفلت واقع می‌گردد تا آنجا که عدم رعایت آن، ما را بسیار ضربه‌پذیر کرده و ضربات مهلکی هم بر ما وارد نموده است. این غفلت از آنجا ناشی می‌شود که هرگاه مؤمنی از غیر مؤمن برای یادگیری‌اش بهره می‌برد غفلت می‌کند و این طور حساب می‌نماید که او معلم است و نه خدا! و فراموش می‌کند که آن غیر مؤمن واسطه‌ای بیش نیست. از اینجا است که فرآیند آموزش او رو به فساد می‌گذارد و آموزشی کم فایده، ناقص و یا حتی به دردنخور و آسیب‌رسان خواهد شد. فهم این مهم در نمونه‌های بسیاری می‌تواند به خوبی خود را نشان دهد ولی ما در اینجا این بحث را فقط برای یادآوری آوردیم و نمی‌خواهیم چندان وارد آن شویم. لذا به طور خلاصه چنین جمع‌بندی می‌کنیم:

به دو گونه می‌توانیم از روش صحیح خارج شویم؛ یکی اینکه در ادامه کار تا آخر، تقوای خدا را نبینیم و به انجام آن تن ندهیم و لذا به نعمت‌هایی که تاکنون از آن‌ها برخوردار شده‌ایم دلخوش کنیم و از جایی به بعد در خلاف مسیر رضایت خدا گام برداریم. دیگر اینکه غفلت کنیم و به جای آنکه آنچه تاکنون آموخته‌ایم را از سرچشمه اصلی ببینیم، از اتصال به سرچشمه اصلی به راحتی صرف نظر کنیم و این باعث گردد که آموزش‌های بسیار ناقص و کم فایده و یا به دردنخور و یا گاهی مضر عایدمان گردد و پیشرفتی نداشته باشیم.

در یک جمله: هم می‌توان با کنار گذاشتن معاد بدبخت شد و هم می‌توان با کنار گذاشتن مبدأ به بی‌راهه رفت. همواره شایسته است هم سرچشمه را خدا دید و هم پایان کار را او در نظر گرفت. این یعنی *إِنَّا لِلَّهِ وَإِنَّا إِلَيْهِ رَاجِعُونَ*^۱*

۱-۷-۳ - جمع‌بندی برای ادامه و یک نمونه فنی

در ادامه جمع‌بندی ساده‌ای از مطالب فوق را در موارد فنی ارائه می‌کنیم. (به شکل ۱-۴ توجه کنید) لابد اینکه γ تا جایی که ممکن است، به دست ما، به γ_d نزدیک و نزدیک‌تر شود در راستای تقوای خداوند است. ضمناً ورودی u مورد نظر نیز، با رعایت تقوای او اختیار شده و نیز شناخت تاکنون ما از این ورودی به خروجی با رعایت تقوای او به دست آمده است.

ابتدا یک نمونه فنی را - که تقریباً همگی با آن آشنا هستیم - مورد توجه قرار می‌دهیم و سپس سعی می‌کنیم آن مسئله را به این بیان نسبتاً ساده، کاهش دهیم. توانایی برای چنین کاری از مزایای مبحث بسیار کلانی است که در بالاتر آمد.

پس از این توقع می‌رود خودتان بتوانید نمونه‌های دیگری را بیاورید. همچنین بتوانید با تفکر و دقت در مسئله، مثال‌هایی را تشریح و تفصیل کنید و اجزای آن‌ها را دقیقاً به دست آورید و بتوانید یک مسئله کاهش یافته‌ای را با این بیان طرح نمایید.

^۱ سوره بقره آیه ۱۵۶؛ ما از خداییم و به سوی او بازمی‌گردیم.

مثال ۱-۱ -

می‌خواهم یاد بگیرم دوچرخه‌ای را برانم. توجه کنید که حتماً در ابتدا مقدماتی طی شده است و با گوش فرا دادن به فرمان‌های خداوند به این نتیجه رسیده‌ام که خداوند از اینکه من بتوانم دوچرخه‌ای را برانم خشنود است و البته فرمان‌هایی دارد که لازم است در این کار کاملاً تقوای این فرمان‌ها را داشته باشم. مثلاً:

- لازم است مراقبت کنم که به خودم آسیب جدی‌ای وارد نگردد.
- باید در راندن بتوانم طوری باشم که به کس دیگری هم آسیب نرسانم.
- نباید عمر خود را بابت این راندن بیش از حد متعارف تلف کنم و به خاطر آن از کارهای واجب دیگر خود باز بمانم.
- باید بتوانم این راندن را در زمین‌های متعارف موجود به انجام برسانم.
- اگر می‌توانم کسی را بیابم که مرا راهنمایی کند، حتماً این کار را بکنم؛ بی‌آنکه او کاری غیر خداپسندانه به من تحمیل کند....

پس عالمی (سامانه‌ای) از راننده (مثلاً من) و یک دوچرخه مشخص به وجود می‌آید. به این ترتیب سامانه‌ای که هدایت آن مد نظر است، مشخص شده است! فرمان‌های خداوند هم مشخص است که باید تقوای آنها بشود. برای سادگی فرض کنید من نتوانستم آموزگاری بیابم. در این شرایط شاید اولین کار این است که ببینم اساساً چه کارهایی دست من است؟ این یعنی سعی دارم از سامانه مورد نظر، ورودی‌ها را بیابم. در واقع از همین جاست که شروع به شناسایی سامانه کرده‌ام. شروع می‌کنم و با آزمون و دیدن به شناسایی سامانه مشخص شده می‌پردازم، مثلاً پدال را می‌بینم و درمی‌یابم که می‌توان آن را راحت چرخاند و با چرخاندن آن دوچرخه جلو می‌رود.

متوجه می شوم که میله ای هم هست، که گویی به آن فرمان می گویند، می گردد و با گردش آن می توان جهت جلو رفتن دوچرخه را تا حدودی تعیین نمود و البته جایی صندلی مانند هم برای نشستن می بینم که

و این داستان تا جایی پیش می رود که فکر می کنم، تا حدود زیادی شناسایی کرده ام و تصمیم می گیرم که برای اولین بار سوار شوم. مثلاً به زحمت روی زین می نشینم دسته فرمان را می گیرم و سعی می کنم با فشار آوردن به پدال ها جلو بروم.

خوب دقت کنید که همان شناسایی اولیه تا حدودی برای من اجزای سامانه را شناسانده است و رابطه ها و ورودی ها را تا حدودی شناسانده و ...، بنابراین نباید پیش از این شناسایی سعی کنم دوچرخه را برانم. چرا که مثلاً خلاف تقوای تندرستی ام است. برای کسب چنین شناختی نیز همچنان تقوای خدا را در نظر گرفته ام. یعنی مثلاً دوباره همان توجه به ایمنی را در این شناخت لازم دانستم. البته در اینجا در مورد یک آموزه بسیار مهم خداوند هم رعایت تقوا داشتم و آن توجه به این نکته بود که در کارهای فنی آزمون و خطا یک روش اصلی و بنیادین به شمار می رود. این به هیچ وجه خلاف تقوای او نیست، با اینکه مطمئن هستم که (احتمالاً) خطا خواهم داشت!

شروع به سواری همان و افتادن نیز همان. این یعنی همان خطایی که مطمئن بودم پیش می آید. اما این افت و خیز باید ادامه یابد. در این میان چه باید مد نظر قرار گیرد؟! باید سعی کنم بیاموزم که چگونه ورودی ها در هر چه کمتر شدن خطا و به وجود نیامدن آن، نقش ایفا می کنند. سپس باید به گونه ای در اعمال ورودی ها اقدام کنم که علیه خطا باشد. به گونه ای که خطا رو به کاهش گذارد و به مرور و در دفعات بعد، افتادیم (که خطا به حساب می آید) کاهش یابد. تا آنجا که

دیگر افتادنی در کار نباشد. در اینجاست که هم‌زمان، به وسیله تقوا، هم شناخت من افزایش می‌یابد و هم از این شناخت استفاده می‌کنم تا خطای نتیجه عملکردم در خروجی هر چه کمتر گردد. یعنی هم شناختم از سامانه مورد بحث، به سمت کم خطا شدن پیش می‌رود و هم خروجی کار. یعنی هم در فرایند شناخت سعی کرده‌ام علیه خطای شناخت اقدام کنم و هم در اقدام خود که بر اساس همین شناخت بوده‌است، مراقب بودم که علیه خطای به وجود آمده اقدامی کارساز انجام دهم.

در بسیاری از موارد دیگر، ما ظاهراً در این حلقه نیستیم. بلکه به گونه‌ای دستگاهی را می‌سازیم که این تقوای مناسب را به جای ما اجرا کند. در این صورت نیز این تقوای نفس ماست که در عملکرد آن دستگاه تعبیه شده است و گرنه این تقوا در آن دستگاه به وجود نمی‌آمد. در چنین مواردی است که اصطلاحاً هدایت و رهنمونی موجود را «خودکار» می‌نامند. به این معنی که حلقه رهنمونی مورد نظر شما در خود آن سامانه تعبیه شده است و نیاز نیست شما تلاش دیگری کنید. بلکه در آنجا کسانی را گمارده‌اید که در حال گوش کردن به نوع رهنمونی مورد نظر شما و تلاش رهنمونی مورد نظر شما را به انجام می‌رسانند.

اینکه برخی از حلقه‌های رهنمونی، هوشمند قلمداد می‌شوند، اگر به این معنا باشد که چیزی در مقابل آنها به صورت غیر هوشمند وجود دارد، کاملاً نادرست است. این نادرستی، موجب ناهمی‌های فراوانی در بین دست‌اندرکاران این فن شده است. همه انواع حلقه‌های هدایت (اگر درست کار کنند) ناشی از یک تقوای خدا و لذا هوشمندانه‌اند.

تمرین ۱-۲-

لازم است خودتان مثال ۱-۱ را در نمونه‌های مشابه تکرار و سپس با یکدیگر درباره آن گفتگو کنید. به عنوان مثال در ادامه به مواردی از این دست اشاره شده است. سعی کنید مرحله‌ای که طی می‌شود تا هر یک از این فعالیت‌ها انجام گیرد و تقوای که لازم است در مورد آن‌ها رعایت شود را بیان نمایید.

خلبانی هواپیما

هدایت یک ماهواره به مداری معین

هدایت یک موشک پدافند هوایی

تنظیم سرعت دورانی یک موتور جریان مستقیم

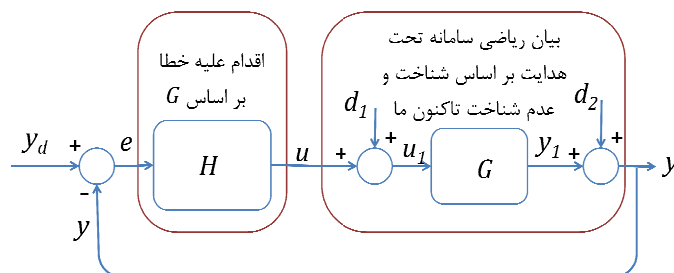
هدایت یک روبات نقاش خودرو

۱-۸- فرض‌های ساده‌کننده برای ادامه

سخن را بیش از این در شرح موضوع هدایت ادامه نمی‌دهیم و به مطالب گفته شده اکتفا می‌کنیم. در ادامه برای پرداختن به موضوعات کنترلی با در نظر داشتن فرض‌های زیر سخن را ادامه می‌دهیم:

- حلقه هدایتی هر سامانه‌ای مانند آنچه در شکل ۱-۵ آمده، مهیا شده است.
- کاملاً روشن است که فرمان y_d چیست و نیازی نیست بررسی، شناسایی و تعیین گردد.

- در ادامه فرض پیشین، کاملاً روشن است که خروجی نظیر آن فرمان (y)، از سامانه تحت هدایت چیست.
- فرمان y_d تک مقداری است و به همین دلیل y نیز تک مقداری است.
- مقدار عددی فرمان y_d دقیقاً توسط کسی مشخص و تعیین خواهد شد.
- مقدار مورد نظر برای u از میان همه u های ممکن تعیین شده است.
- ورودی u مورد نظر نیز تک مقداری است.
- شناختی که تاکنون از سامانه تحت هدایت به دست آمده با الگوی ریاضی‌ای بیان گردیده است.
- افزونی این شناخت، منتفی است و شناخت تاکنون ما، در طول کار تغییری نخواهد نمود.
- همه ناشناخته‌هایمان را با دو ورودی تزریقی d_1 و d_2 نشان داده شده در شکل ۵-۱ بیان نموده‌ایم.



شکل ۵-۱- حلقه هدایتی سامانه؛ در این نمایش بیان ریاضی از سامانه تحت هدایت بر اساس شناختی که از شناسایی قبلی حاصل شده است و عدم شناخت تاکنون ما آمده است.

به این مورد اخیر دقت کنید. در شکل ۱-۵ به جای بلوکِ مربوط به سامانه تحت هدایت، شناختِ خود را به اضافه نشناخته‌ها مان جایگزین نموده‌ایم. یکی از مواردی که تقریباً همگی با بی‌اهمیتی از آن عبور می‌کنند همین است. به اشتباه گفته می‌شود سامانه تحت هدایت «فلان» را در نظر بگیرید و به جای «فلان» یک بیان ریاضی را - که تاکنون از شناختِ خودشان نسبت به آن به دست آمده است - نمایش می‌دهند. همین اشتباه موجب بسیاری از اشتباهات و موجب عدم نگرش پیشرفت‌دهنده‌ای در آنها می‌شود. یکی از چیزهایی که فهمش با این کار سخت می‌شود، مفهوم پایداری در سامانه هدایت است. جالب است بدانید با همه گفتگویی که در این مهندسی صورت گرفته‌است، تعریف کامل، دقیق و فراگیری از مفهوم پایداری در دست نیست. البته ما در اینجا سعی کرده‌ایم برای این مفهوم، یک تعریف ساده و فراگیر ارائه کنیم. خواهید دید این تعریف دقیقاً ناشی از بیان درستی است که با در نظر گرفتن ناشناخته‌ها و شناخته‌ها از سامانه تحت بررسی داشته‌ایم.

یکی از مهمترین ساده‌سازی‌هایی که در فرض‌های گفته شده انجام شد این است که پیشتر برای شناختن سامانه تحت هدایت، تقوای لازم به خرج داده شده است. لذا شناختی موجود است و قرار نیست این تقوا ادامه یابد تا این شناخت فزونی یابد. پس در نتیجه، در این چرخه از این تقوا خبری نیست.

همچنین پیشتر معین گردیده است که تقوای کدامین فرمان خداوند را باید داشته باشیم و فقط تقوای آن چیزی باید باشد که در چرخه این تقوا دیده می‌شود. نتیجه این تقوا به علاوه شناخت از سامانه تحت هدایت، ورودی u را مشخص می‌کند.

پس چگونگی تعیین این تقواکاری با ملاحظه شناختی که داریم، همانی است که شاید اصلی ترین سخن این نوشته است. با توجه به شکل ۵-۱ یعنی:

تعیین H مناسب، با لحاظ کردن G موجود و هر آنچه درباره y_d و یا d ها مشخص می گردد، تمام آن چیزی است که به آن طراحی سامانه هدایتی می گوئیم. اصطلاحاً این کار را طراحی کنترل کننده نامیده اند.

۹-۱-۹- راه حل کلی برای هدایت هر چه بهتر

... إِنَّ أَكْرَمَكُمْ عِنْدَ اللَّهِ أَتْقَاكُمْ ...^۱

... همانا گرامی ترین شما نزد خداوند با تقواکارترین شماست...

این آیه نشان می دهد که باید تا حد امکان با شدت و حساسیت بالاتری علیه خطا اقدام کنید. کافی است این موضوع را به صورت ریاضی بررسی نمایید، خواهید دید که به سادگی، تمام آنچه را لازم است به آن پرداخته شود، قرآن در یک جمله ساده، آموزانده است.

۱-۹-۱-۱- راه حل کلی به زبان ریاضی

فرض کنید در سامانه هدایتی شکل ۵-۱ خطای مثبتی در کار است:

$$e = y_d - y > 0 \quad (۱-۱)$$

^۱ سوره حجرات آیه ۱۳؛ ... قطعاً ارجمندترین شما نزد خدا پرهیزگارترین شماست....

یعنی خروجی از مقدارِ مطلوب کمتر است:

$$(y < y_d) \quad (2-1)$$

در اینجا اقدام علیه خطا به معنای فرمان دادن برای زیاد کردن خروجی است ($y \uparrow$)! می‌دانیم اجرای این فرمان از طریق اعمال ورودی (u) ممکن است و خروجی مستقیماً دستِ ما نیست. مطابق آنچه گذشت یک شناختی هم از رابطه میان ورودی و خروجی داریم (G). حال اگر معکوس کاری که G انجام می‌دهد، معنی داشته باشد (یعنی G^{-1} وجود داشته باشد)، به علاوه اگر ما بتوانیم این کار را سامان دهیم، شاید اولین راهی که به ذهن برسد این باشد که ورودی را طوری وارد کنیم که خروجی، خروجیِ مطلوب شود. این یعنی $u = G^{-1}y_d$ ، در نتیجه امید است که

$$y = GG^{-1}y_d = y_d \quad (3-1)$$

و لذا امید است به این ترتیب خطا صفر گردد! ولی آیا به نظر شما این روش صحیح است؟

در این روش صد در صد به شناختِ G اعتماد شده است. دقت کنید که ظاهراً در این روش تقوایی در کار نیست. چرا که قرار بود مرتباً خطا سنجیده شود و اقدامی علیه آن صورت پذیرد. در اینجا از این کار خبری نیست و فقط به y_d توجه شده است. اصطلاحاً این روش را «روش حلقه‌باز» می‌نامند. ولی باید دقت نمود در این روش تقوای فوق‌العاده‌ای به کار رفته است تا شناختِ بسیار دقیقی حاصل شود. همهٔ این روش تکیهٔ جدی دارد به همان تقوایی که پیشتر خرج شده است. اما اگر این اعتمادِ صد در صدی به شناخت، نادرست باشد و بدانیم که ورودی‌های d_1

و یا d_2 ممکن هستند وجود داشته باشند، این روش، بی‌تقوایی و مردود است! پس آموختید که لازم است حتماً اقدام ما بر اساس خطا باشد و با توجه به خطاسنجی مرتب و مستمر ما باشد. مگر آنکه به گونه‌ای خداوند ما را مطمئن کرده باشد و بتوان شناخت را کامل و بی‌هیچ کاستی پنداشت.

برای کمک به درک هر چه بهتر این موضوع، تمرینی در ادامه خواهد آمد. هدف این تمرین آن است که درک گردد اگر شناخت دقیق باشد، می‌توان حلقه‌باز کار کرد. ولی اگر کمترین خللی در این شناخت باشد، آنگاه خطاهای بسیار زیادی را تجربه خواهیم نمود که قابل قبول نیست. در مقابل، روش حلقه‌بسته بسیار بهتر کار می‌کند حتی اگر شناخت ما دچار خلل‌هایی باشد.

تمرین ۱-۳-

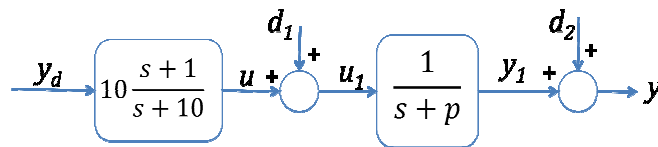
شخصی تصمیم گرفته است سامانه‌ای را با کنترل‌کننده بدون بازخور (حلقه باز)، سرعت بخشد. در شکل ۱-۶ الگوی ریاضی سامانه تحت کنترل و سامانه کنترل‌کننده نمایش داده شده‌اند.

الف - با توجه به پاسخ پله کنترل‌کننده (یعنی از y_d به u)، به طور حسی و کیفی توضیح دهید که کنترل‌کننده چگونه سرعت را ده برابر می‌کند؟

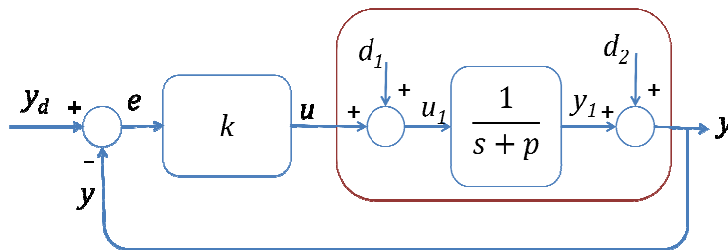
ب - در الف دیدید که چگونه بدون بازخور رفتار دلخواه به وجود آمد. حال فرض کنید قطب سامانه تحت کنترل، دقیق شناسایی نشده و به اندازه 50% با مقدار نامی فرق داشته باشد. پاسخ پله کل (یعنی از y_d به y) را در حالت نامی $p = p_n = 1$ و دو حالت $p = 1.5$ و $p = 0.5$ به همراه هم رسم کنید.

ج. ۱ - حال می‌خواهیم همان رفتار به دست آید ولی این بار با بازخور. این کار با یک اقدام علیه خطای ساده تناسبی، میسر است (به شکل ۷-۱ توجه کنید). بهره مناسب را برای ده برابر شدن سرعت بیابید.

ج. ۲ - برای این نوع کنترل نیز در سه حالت اشاره شده در ب، پاسخ پله سامانه حلقه بسته‌ای که طراحی نموده‌اید (یعنی از y_d به y) را به دست آورید و همراه شکل‌های ب رسم کنید. چه نتیجه مهمی گرفته‌اید؟ آیا به نظر شما کنترل با بازخور بهتر است یا بدون آن! چرا؟!



شکل ۷-۱-۶- کنترل بدون بازخور مربوط به تمرین ۳-۱



شکل ۷-۱-۷- کنترل با بازخور مربوط به تمرین ۳-۱

ج.۳ - تابع تبدیل از y_d به u را به دست آورید و حاصل را با کنترل کننده بدون بازخور مقایسه کنید.

ج.۴ - چنانچه دقت کنید کنترل به دست آمده، خطای مانایی دارد، آن را به دست آورید.

ج.۵ - به ازای بهره k سرعت سامانه حلقه بسته (ثابت زمانی) و خطای مانای آن را به دست آورید. آیا با افزایش بهره (یعنی اقدام علیه خطای شدیدتر)، با یک تیر دو نشان زده نمی شود؟!

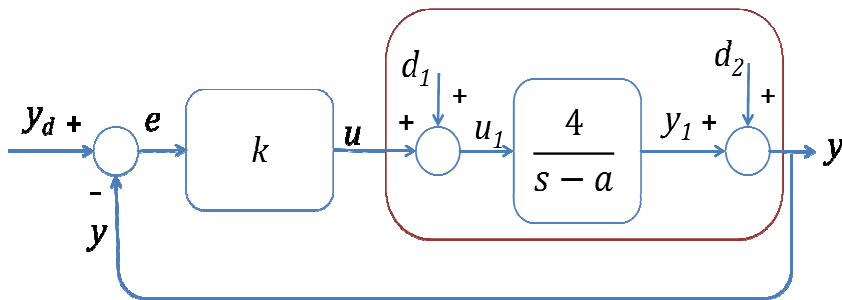
تمرین ۱-۴ -

الگویی که از سیستم اصلی داریم (شکل ۱-۸) ناپایدار مرتبه اول است ($a=4$).

الف - جبران سازی را که فقط شامل یک بهره باشد (مطابق شکل ۱-۸) به کار بگیرید و به وسیله بازخور واحد آن را پایدار نمایید، بهره را طوری تعیین کنید که خطای ماندگار به ورودی های ثابت حدود 10% باشد.

ب - فرض کنید ابتدا ورودی درخواستی (y_d)، به صورت یک پله داده شود و پس از مدت زمانی طولانی، اغتشاش d در خروجی سیستم اصلی، سعی کند خروجی را 0.5 واحد کاهش دهد. پاسخ های زمانی y_d, e, u, y, d را طی این تحولات، دقیقاً رسم کنید.

ج - در برآورد قطب a ، ممکن است $\pm 10\%$ مقدار نامی، اشتباه رخ داده باشد. آیا این اشتباه در عملکرد کنترل کننده طراحی شده، تغییر محسوسی ایجاد خواهد کرد؟ تغییری که در پاسخ زمانی سامانه نسبت به حالت ب رخ می دهد را بررسی کنید و از روی آن توضیح دهید.



شکل ۸-۱- سامانه هدایتی تمرین ۴-۱

د- تابع تبدیل u/y_d را بیابید. فرض کنید کسی بخواهد جبران سازی را با همین تابع تبدیل ولی بدون استفاده از بازخور، مستقیماً به سیستم اصلی اعمال کند تا همان نتایج پایدارسازی و غیره حاصل گردد. آیا او موفق است؟ چرا؟ دلایل خود را شرح دهید؟

تمرین ۵-۱-

اگر کسی بخواهد سامانه ای را به صورت حلقه باز کنترل کند چه نظری دارید؟ بحث کنید.

بیایید در سامانه هدایتی ترتیب داده شده علیه خطا اقدام کنیم و این اقدام ما مثلاً k برابر خطا باشد. یعنی شدت اقدامان علیه خطا را k برابر خود خطا می گیریم. یعنی $u = G^{-1}(ke)$ ، در نتیجه به دست می آید:

$$y = GG^{-1}ke = ke = k(y_d - y) \rightarrow \begin{cases} y = \frac{k}{k+1}y_d \\ e = \frac{1}{k+1}y_d \end{cases} \quad (۴-۱)$$

به آسانی ملاحظه می کنید که برای هر چه نزدیک تر شدنِ خطا به صفر، لازم است بهره k ، هر چه بزرگتر باشد.

در ضمن در اینجا همه ورودی ای که در روش حلقه باز لازم بود، همه و همه به وسیله اقدام علیه خطا تأمین می گردد. از این منظر این الزام ایجاد می شود که u حلقه باز را با u حلقه بسته برابر قرار دهیم:

$$G^{-1}y_d = He \rightarrow y_d = GH e \quad (۵-۱)$$

دقت کنید که رابطه (۵-۱) نشان می دهد اگر قرار باشد که خطا صفر گردد، باید بهره GH بینهایت باشد! این تعبیر ترجمه ریاضی همان جمله بالاست که «همه آنچه لازم است لحاظ گردد، به گردن اقدام علیه خطا افتاده است!» خوب! این اقدام باعث می شود رفته رفته با کوچکتر شدن خطا، مقابله با خطا هر چه شدید شود تا y_d مورد نظر (که صفر نیست) بتواند به وجود بیاید. گویی هر چه خطا کمتر می شود، اگر می خواهی که خطا کمتر از آن هم گردد، باید شدت عکس العمل نسبت به خطا نیز بیشتر گردد.

در ادامه بیایید عبارت های کامل را برای حلقه هدایت در حالت کلی به دست آوریم:

$$y = y_d - e = GH e \rightarrow y_d = (1 + GH) e \rightarrow \quad (۶-۱)$$

$$\boxed{e = (1 + GH)^{-1}y_d} \quad (۷-۱)$$

و به همین ترتیب:

$$y = GH e \rightarrow (GH)^{-1} y = y_d - y \rightarrow \quad (۸-۱)$$

$$\boxed{y = (1 + (GH)^{-1})^{-1} y_d} \quad (۹-۱)$$

دقت کنید که هم در عبارتی که e بر حسب y_d به دست آمده است و هم در عبارتی که y بر حسب y_d به دست آمده، روشن است که هر چه GH از واحد (1) بزرگتر باشد، خطا کمتر است و یا y به y_d نزدیکتر است. این حقیقت بسیار ساده ولی بسیار مهم، ریشه همه نکات و جزئیاتی است که در طراحی‌های مهندسی کنترل به دست می‌آید و مورد توجه قرار می‌گیرد. هر گاه می‌خواهید y_d - به هر شکل که باشد - خوب پیروی شود و خطا کم باشد، باید طراحی را طوری انجام دهید که رفتار GH تا حد ممکن بزرگتر از واحد باشد. البته توجه دارید که شما نمی‌توانید G را دست‌کاری کنید و فقط می‌توانید H را بسازید، پس ببینید آیا می‌توانید بلایی سر H بیاورید به گونه‌ای که در مجموع، GH آن رفتار مطلوب شما را داشته باشد. این همان جایی است که شما باید به مصالحه‌هایی بسنده کنید.

از این پس به GH «بهره حلقه» یا «اقدام علیه خطا» می‌گوییم.

۱-۹-۲ - تقسیم‌بندی به سه ناحیه کاری

بسته به میزان اقدام علیه خطا یا به عبارت دیگر با توجه به مقدار بهره حلقه، سه ناحیه

کاری پیدا می‌شود:

اول: ناحیه‌ای که توانسته‌اید بهره حلقه را به اندازه کافی بزرگتر از واحد کنید.

دوم: ناحیه‌ای که بهره حلقه، به اندازه کافی کوچکتر از واحد مانده است.

سوم: ناحیه‌ای که بهره حلقه، حول و حوش واحد است.

ناحیه اول را می‌توان ناحیه پیروی (عبور) نامید. چون به هر حال توانسته‌ایم خطا را تا حدی کاهش دهیم، از y_d پیروی کنیم و آن را عبور دهیم. به همین ترتیب ناحیه دوم را ناحیه عدم پیروی (قطع) می‌نامیم. اما ناحیه سوم را ناحیه پایداری (گذار) می‌گوییم. علت این نام‌گذاری در ادامه بیشتر روشن خواهد شد. این ناحیه اخیر بیشترین دغدغه‌ها را ایجاد خواهد نمود. خطری در این ناحیه است و دقایق و ظرایفی هست که نادیده انگاشتن و نپرداختن درست به آنها می‌تواند فاجعه ایجاد کند. برای آشنایی بیشتر رابطه خروجی و خطا را با ورودی‌های دیگر (d ها) بررسی می‌نماییم. بیایید مثلاً رابطه از d_2 به y را بیابیم و برای سادگی، ورودی‌های دیگر یعنی d_1 و y_d را صفر بگیریم. توجه کنید که به لحاظ محاسباتی، این کار دقیقاً مانند محاسبه رابطه از y_d به e خواهد بود. یعنی داریم:

$$y = (1 + GH)^{-1} d_2 \quad (10-1)$$

$$u = H(1 + GH)^{-1} d_2 \quad (11-1)$$

می‌بینید که به عبارت‌های مشابه با روابط (۷-۱) و (۹-۱) رسیدیم. ضمناً توجه کنید که

با فرض صفر بودن y_d ، خطا و خروجی فقط یک علامت با هم فرق خواهند داشت.

مشابه همین عبارات را می‌توان برای d_1 نیز به دست آورد. با فرض صفر بودن بقیه ورودی‌ها دوباره رابطه از d_1 به u_1 مشابه بالا خواهد شد و داریم:

$$u_1 = (1 + GH)^{-1} d_1 \quad (۱۲-۱)$$

دقت کنید که عبارت معکوس $(1 + GH)$ را در تمامی این روابط می‌بینید. این موضوع حاکی از اهمیت فوق‌العاده ناحیه گذار (پایداری) است. یعنی جایی که این عبارت برابر با صفر می‌شود.

تمرین ۱-۶-

رابطه از y_d به u را به دست آورید. ببینید با اقدام علیه خطایی برابر با بینهایت این رابطه به چه چیزی میل می‌کند و نتیجه را تعبیر و در مورد آن بحث کنید.

۱-۹-۳ چرا ناحیه گذار حساس است؟

دقت کنید که اگر GH ، برابر با 1- گردد چه رخ می‌دهد! درحالی که اصلاً انتظار نداریم، ناگهان با خطایی بسیار بزرگ مواجه می‌شویم. این به لحاظ موضوع تقوا، یعنی درست به جای اقدام علیه خطا، در حلقه هدایت به ازدیاد خطا کمک کرده‌ایم و این یعنی ضد تقوا عمل نمودیم. یعنی با مشاهده خطا نه تنها علیه‌اش اقدام نشده که بر عکس اقدام برای افزایش در دستور کار قرار گرفته است. این کار یک اقدام خیانت‌کارانه در حلقه هدایت محسوب می‌گردد و باید دقت

کرد هرگز رخ ندهد. البته این حالت فقط در ناحیه‌ای ممکن است که نه بهره حلقه بسیار بزرگ است و نه کوچک! بلکه بهره حلقه ما در ناحیه گذار از بزرگتر از واحد به کوچکتر از واحد است، همان ناحیه ای که ما آن را ناحیه گذار نامیده‌ایم.

۱-۱۰- بیان‌های گوناگون از شناخت و روش‌های گوناگون طراحی

اینکه شناخت ما از سامانه تحت هدایت، چگونه است و با چه ریاضیاتی بیان می‌گردد، روش‌ها و گویش‌های گوناگونی را برای طراحی سامانه هدایت به وجود آورده است. به عبارت دیگر گونه‌ای که G را بیان می‌کنیم، گویش ما را برای طراحی H می‌سازد. پیشتر در درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها آموخته‌اید که ما می‌توانیم دو نگرش تغییری و رنگی (زمانی و فرکانسی) داشته باشیم. همان جا آموختید که حسب اقتضای هر نگرش، ادبیات ویژه هر کدام به وجود می‌آید. مثلاً در اولی سخن از سرعت کند و تند به میان می‌آید درحالی که در دومی فرکانس‌های بالا و پایین مطرح می‌گردد.

در همان جا آموختید که دو نگرش کلان‌نگرانه و خردنگرانه نیز می‌توان داشت. در اولی بدون توجه به جزئیات داخل سیستم فقط از رابطه ورودی و خروجی سخن به میان می‌آید و در دومی به روابط تمامی متغیرهای حالت با یکدیگر نیز پرداخته می‌شود.

ما در این درس با نگاه ورودی - خروجی، یعنی همان کلان‌نگری کار می‌کنیم؛ ولی با هر دو نگرش تغییری و نگرش رنگی! پس در واقع با دو ادبیات و در نتیجه با دو بیان ریاضی به موضوع طراحی سامانه هدایت خواهیم پرداخت.

بیان‌های ریاضی در این دو نگرش به ویژه برای سامانه‌های خطی نامتغیر، با زمان بسیار قدرتمند و پیشرفته‌اند. جالب توجه این است که در مسیر توسعه این بیان‌ها، بیان ریاضی نهایی هر دوی این نگرش‌ها در سامانه‌های خطی نامتغیر با زمان، به یک شکل و با صورت ظاهری یکسان در آمده است، این شکل یکسان چیزی نیست جز همان «تابع تبدیل» یا «تابع انتقال» سامانه!

در اینجا تأکید می‌کنیم که هر چند تابع تبدیلی که با نگاه تغییری بین ورودی و خروجی داده می‌شود، از لحاظ ظاهر با تابع تبدیل در نگاه رنگی کاملاً یکی است، ولی دو مفهوم کاملاً متفاوت را القا می‌کند. در ادامه چه برای نگاه «تغییر با زمان» و چه برای نگاه «رنگی یا فرکانسی»، فرض بر این است که شناخت تاکنون ما از سامانه تحت هدایت، به صورت یک تابع تبدیل خطی کسری بیان شده است.

اینکه ما ابتدا به کدام یک از این دو نگاه پردازیم واقعاً محل تأمل است. شاید به آسانی بتوان گزینشی را ترجیح داد. هر یک از این دو نگاه مزایایی دارند که ما را به سوی خود می‌کشانند. سعی ما در این نوشته بر این است که کار به گونه‌ای پیش نرود که استقلال هر یک از این دو نگاه مخدوش شود. یعنی کوشش خواهد شد که هر خواننده‌ای بتواند بنا به خواست خود، هر یک از این دو نگاه را به طور مستقل پیگیری و مطالعه کند.

البته در مواردی ما علاقه‌مند تعابیری که در یک نگاه داریم را به نگاه دیگر، ترجمه کنیم. یعنی می‌خواهیم بدانیم آنچه به بیان حوزه فرکانس می‌فهمیم، چه بیانی در حوزه زمان دارد و برعکس؟ لزومی ندارد همه این تعابیر ترجمه شوند ولی این کار در مورد برخی از آنها لازم می‌شود.

به عنوان مهمترین نمونه، خواستگاه‌های هدایتی ما (یعنی رفتارِ مطلوبِ هدایتی که نهایتاً طراحی خواهد شد) در هر یک از دو حوزه به گونه‌ای متفاوت بیان می‌شود. ممکن است این خواستگاه‌ها به زبان یک حوزه بیان شده باشند و شما بخواهید در حوزه دیگری کار کنید. در این مواقع ترجمه این بیان‌ها بسیار مفید خواهد بود. نگران نباشید! هنگامی که به کار در هر دو حوزه ورود یافتید، به این موضوعات پرداخته خواهد شد.

اما همان گونه که تاکنون دیدید، بسیاری از مفاهیم اصلی هدایت، به نوع بیان G مربوط نمی‌شوند. یکی از مهمترین این مفاهیم، همان موضوعی است که به پایداری سامانه‌ها مشهور شده است. این موضوع نیز در درس سیگنال‌ها و سیستم‌ها باید به خوبی و کمال پرداخته شود، ولی از آنجا که این مهم معمولاً به درستی بیان نمی‌گردد، ما در اینجا پیش از پرداختن به موضوع طراحی، آن را به عنوان یکی از بنیادی‌ترین مفاهیم، بیان می‌کنیم تا از پیش با هم به گویش مشترکی رسیده باشیم.

۱-۱۱- پایداری ورودی - خروجی

سامانه‌ای را به لحاظ ورودی - خروجی پایدار گوئیم که «در آن به ازای همه ورودی‌های ممکن محدود، همه خروجی‌های ممکن، محدود باقی بمانند.»

ما در اینجا ابتدا تعریف درست و کامل خود را از پایداری دادیم تا از همین ابتدا تأکید کرده باشیم که تعریف درست و کامل از دیدگاه ما چیز پیچیده و بغرنجی نیست، بلکه عدم دقت به

نکات مهمی در این باره و تأکید به موقع در آنهاست که گاه موجب به اشتباه افتادن و درهم شدن مفاهیم گردیده است.

اما نکته‌ای که در تعریف‌های دیگر کمتر دیده می‌شود، تأکید روی کلمه «همه ممکن» است. در اینجا نگفته‌ایم اگر از یک ورودی به یک خروجی چنین بود، آنگاه پایداری داریم! خیر! وقتی می‌گوییم ورودی، باید همه ورودی‌های ممکن مد نظر باشد و وقتی نگاه می‌کنیم به خروجی، باید همه خروجی‌های ممکن را در نظر داشته باشیم. این تعریف بسیار جامع است و هیچگونه قید و بندی را نیز نیاز ندارد.

به عنوان نمونه لازم نیست بگوییم در سامانه‌های حلقه باز یا حلقه بسته چنین ملاحظه‌ای باید رعایت گردد. یا لازم نیست گفتگویی از پایداری داخلی، خارجی و یا غیره داشته باشیم. این تعریف به خودی خود کامل و گویا است.

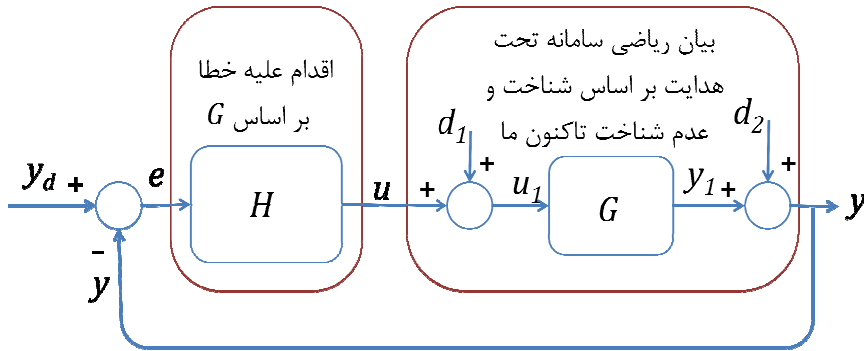
در بسیاری از گویش‌ها چون سامانه را فقط دارای یک ورودی و یک خروجی در نظر می‌گیرند، پس فقط از محدود ماندن تک خروجی مد نظرشان به ازای محدود بودن تک ورودی مورد نظرشان، سخن می‌گویند. در اینجا باید گفت اگر آنچه در نظر گرفته‌اند صحیح و کامل است، یعنی همه ورودی‌های ممکن، خلاصه می‌شود به همان تک ورودی؛ و تنها خروجی ممکن نیز همان تک خروجی است، سخنشان درباره پایداری سامانه صحیح و کامل است. مگر اینکه به اشتباه، برخی ورودی‌های ممکن و یا خروجی‌های ممکن را در نظر نگرفته باشند. در نتیجه به نظر ما آنچه موجب اشتباه در داوری می‌گردد، عمدتاً باز می‌گردد به عدم رسیدگی به این «همه ممکن‌ها».

کار تحلیل پایداری در سیستم‌های خطی ثابت با زمان بسیار ساده است. کافی است همه تابع تبدیل‌های ممکن را (یعنی از هر ورودی ممکن به هر خروجی ممکن) به دست آوریم و بررسی کنیم که تمامی قطب‌های آن سمت چپی باشند. اگر حتی یکی از قطب‌ها مرزی و یا سمت راستی باشد، آنگاه از آن ورودی به آن خروجی خاص ناپایداری مشاهده شده است و با ورودی محدود، خروجی نامحدود خواهد شد. با این مشاهده قضاوت می‌کنیم که سامانه، کلاً ناپایدار است و نمی‌گوییم که از این ورودی به آن خروجی ناپایدار است. بلکه تأکید می‌کنیم که کلاً ناپایدار است.

البته در ادامه خواهید دید که در بسیاری از موارد، نیازی نیست همه تابع تبدیل‌ها را بیابیم و بیازماییم، بلکه بررسی تعداد بسیار محدودتری کفایت خواهد کرد.

مثال ۱-۲-

سامانه هدایتی کلی را مطابق با شکل ۱-۹ با سه ورودی y_d ، d_1 و d_2 در نظر بگیرید. تمامی تابع تبدیل‌ها را از این سه ورودی ممکن به تمامی خروجی‌های ممکن به دست آورید. سپس سعی کنید کمترین تعداد از آنها را طوری گزینش کنید که آزمون پایداری آنها ما را از پایداری مابقی نیز مطمئن کند.



شکل ۱-۹- سامانه هدایتی کلی مثال ۱-۲؛

در ادامه صورت و مخرج G و H را به صورتی تفکیک کنید که قطب و صفرهایی از یکی که توسط دیگری حذف می‌گردند، جداگانه نام‌گذاری شده باشند. حال با توجه به آنچه در بالا یافته‌اید، شرط‌های ساده‌تری برای پایداری حلقه هدایت بیان کنید.

شکل القا می‌کند که باید سه ورودی y_d ، d_1 ، d_2 و ۵ خروجی y ، u ، e ، u_1 ، y_1 در نظر گرفته شوند. تمامی تابع تبدیل‌ها از این سه ورودی ممکن به تمامی ۵ خروجی ممکن باید به دست آید، یعنی ۱۵ تابع تبدیل! ولی سعی می‌کنیم کمترین تعداد از آنها را طوری گزینش کنیم که آزمون پایداری آنها، ما را از پایداری مابقی نیز مطمئن کند.

ابتدا با کمی توجه روشن می‌شود که از لحاظ ریاضی ورودی d_2 و ورودی y_d با توجه به خطی بودن سامانه، تابع تبدیل‌های یکسانی برای خروجی‌های مختلف خواهند داشت. پس تعداد مورد نیاز برای محاسبه به ۸ تابع تبدیل تقلیل می‌یابد! اگر این ۸ تا نیز محاسبه گردد دیده خواهد

شد که چهار تا از آنها با چهار تای دیگر یکسانند. لذا نهایتاً 4 تابع تبدیل برای آزمون پایداری در نظر گرفته می‌شوند که عبارتند از :

$$\frac{GH}{1+GH}, \frac{1}{1+GH}, \frac{G}{1+GH}, \frac{H}{1+GH} \quad (13-1)$$

در ادامه اگر همه صفر و قطب‌های قابل حذف بین G و H را در نظر بگیریم و آنها را با α, β به صورت زیر نمایش دهیم:

$$G = \frac{\alpha N_{G-\alpha}}{\beta D_{G-\beta}}, \quad H = \frac{\beta N_{H-\beta}}{\alpha D_{H-\alpha}} \quad (14-1)$$

آنگاه برای 4 تابع تبدیل بالا به دست می‌آید:

$$\frac{N_{G-\alpha} N_{H-\beta}}{D_{G-\beta} D_{H-\alpha} + N_{G-\alpha} N_{H-\beta}}, \frac{D_{G-\beta} D_{H-\alpha}}{D_{G-\beta} D_{H-\alpha} + N_{G-\alpha} N_{H-\beta}} \quad (15-1)$$

$$\frac{D_{G-\beta} N_{H-\beta}}{\alpha(D_{G-\beta} D_{H-\alpha} + N_{G-\alpha} N_{H-\beta})}, \frac{N_{G-\alpha} D_{H-\alpha}}{\beta(D_{G-\beta} D_{H-\alpha} + N_{G-\alpha} N_{H-\beta})} \quad (16-1)$$

که نشان می‌دهد α و β باید ریشه‌های سمت چپی داشته باشند. در نتیجه برای پایداری این چهار تابع تبدیل باقیمانده از آن 15 تا، لازم و کافی است، فقط مخرج یکی از آنها آزمون شود و در ضمن هیچ یک از صفر و قطب‌های سمت راستی G ، توسط قطب و صفرهای H حذف نگردد.

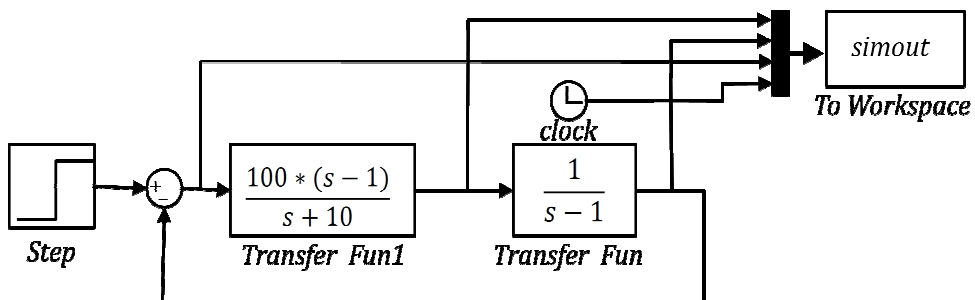
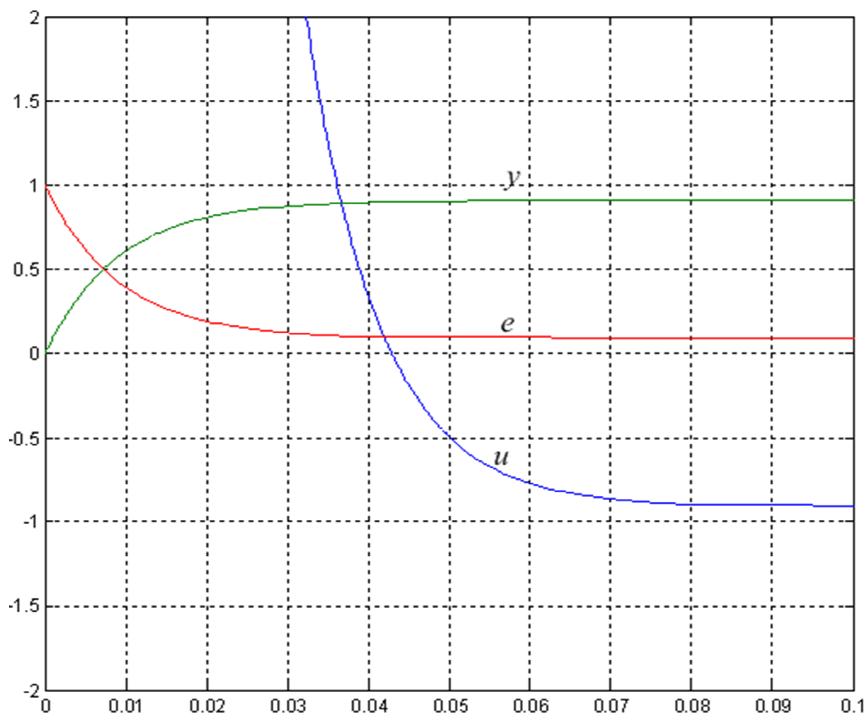
این نتیجه در [3] با توضیحاتی که عیناً آورده می‌شود، به دست آمده است: تعریف پایداری که در اینجا ذکر شده کاملاً دقیق بوده و با تعریفی که عموماً در کتاب‌های دوره کارشناسی کنترل ارائه می‌شود متفاوت است. در این گونه کتاب‌ها عموماً ذکر می‌کنند که سیستم ساده از مرجع به خروجی باید از نظر ورودی - خروجی پایدار باشد و همان طور که خواهیم دید این تعریف دقیق و صحیح نمی‌باشد.

آنچه مهم است چگونگی رسیدن نگارنده به این تعریف است که در قسمت بعدی شرح می‌دهم. در [3] نیز که مرجع اصلی ایشان هم هست (در بخشی که اختصاص به موضوع پایداری ورودی - خروجی دارد) هر چند کار به تعریف جامعی نمی‌رسد، ولی با توجه به اینکه پایداری را به ورودی‌ها و خروجی‌های گوناگون نسبت می‌دهد، الهام‌بخش تعریفی است که در اینجا نیز ارائه گردید. نکته‌ای که می‌تواند موضوع را جالب‌تر کند در مثال بعد روشن‌تر می‌شود.

جالب است توجه شما را به یک نتیجه ظاهراً عجیب ولی مهم که از این تعریف به دست می‌آید، جلب کنم. به آنچه در بالا به عنوان شرط پایداری به دست آمد دقت کنید، اگر d_1 را از ورودی‌های ممکن حذف کنیم، آنگاه دیده می‌شود که می‌توان قطب ناپایدار سامانه تحت کنترل را با صفری از کنترل‌کننده حذف نمود، در حالی که خدش‌های به پایداری وارد نشود! این نتیجه کاملاً درست است، درحالی که ما عموماً این کار را مجاز نمی‌دانیم. اما اگر واقعاً شرایطی باشد که فرض نبودن d_1 نادرست نباشد، این نتیجه‌گیری نیز نادرست نخواهد بود. این فرض برای شرایط صرفاً ریاضی برقرار است. یعنی برای یک سامانه ریاضی، این کنترل‌کننده کار خواهد نمود. این موضوع را با یک شبیه‌سازی نسبتاً دقیق در محیط *simulink* در فضای نرم افزار *Matlab* می‌توان تجربه نمود.

مثال ۱-۳-

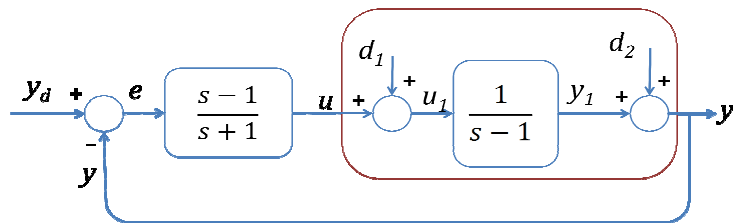
در شکل ۱-۱۰ یک نمونه اجرا شده را با فرض عدم وجود d_1 نشان داده ایم. در این سامانه با استفاده از صفر جبران ساز، توانسته ایم قطب تابع تبدیل سامانه تحت هدایت را حذف کنیم. مشاهده می کنید که در واقع از ورودی y_d و همین طور d_2 ، به همه خروجی های ممکن، هیچ مشکلی و ناپایداری نداریم.



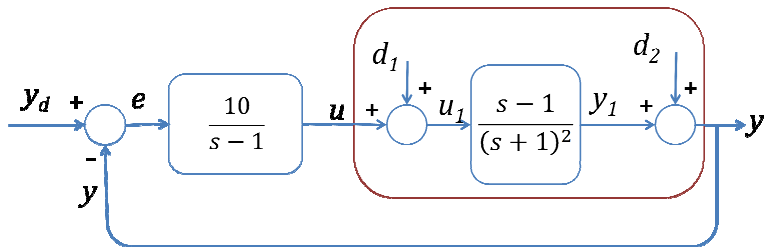
شکل ۱-۱- نتیجه شبیه سازی پاسخ پله سامانه هدایتی که با فرض عدم وجود d_1 برای سامانه $\frac{1}{s-1}$ ترتیب داده شده است. با وجود حذف قطب ناپایدار ۱ توسط صفر جبران ساز، سامانه نهایی پایدار است.

تمرین ۷-۱

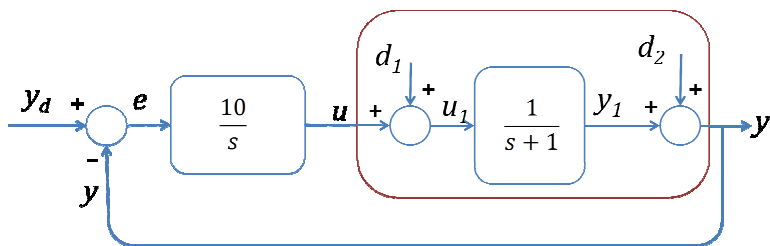
در پایداری حلقه‌های نمایش داده شده زیر بحث کنید.



الف



ب



ج

شکل ۱۱-۱ - سامانه‌های هدایتی تمرین ۷-۱

تمرین ۱-۸-

تمرین ۱-۷ را دوباره حل کنید الف - با این فرض که d_1 نداریم. ب - با این فرض که

d_2 نداریم. ج - با این فرض که d_1 و d_2 را نداریم.

حکمت این تعریف چیست؟

در اینجا می‌خواهیم شرح دهیم که چگونه این تعریف جامع و کامل به دلم نشست. داستان بر می‌گردد به همان الگوی ریاضی نادانسته‌هایمان در شناخت، یا همان d_1 و d_2 . آنچه که ما در کارهای خود انتظار داریم چیست؟ چه موقع می‌توان اقدام شایسته داشت با اینکه خود می‌دانیم شناختمان ناقص است و کامل نیست؟ توکل به خداوند یعنی چه؟ اینکه بر اساس علمی که تاکنون به دست آورده‌ایم عمل کنیم و اقدام علیه خطایمان را به انجام رسانیم روی چه حسابی است؟ چه طور می‌توانیم d ها را نادیده بگیریم؟

پاسخ این است که نادیده نمی‌گیریم بلکه کاملاً دیده می‌گیریم، اما به این ترتیب که امیدواریم خداوند آنها را محدود نگاه دارد و آنها آن قدر قابل توجه نشوند که به درد نخور بودن علم ما را معنا دهد. یا به عبارت ساده‌تر امیدواریم، علم ما تا حدودی درست باشد و نادرستی آن زیاد نباشد. به خداوند توکل داشتن یعنی مطمئن باشیم اگر در این محدوده مورد نظر نیاز داشتیم که بیش از این شناخت به دست آوریم، حتماً خداوند بیشتر علم می‌داد. با توکل مطمئن هستیم که علمی که خداوند تاکنون داده و حالا عمل خواسته است، فعلاً کفایت‌مان خواهد کرد. فعلاً کفایت‌مان خواهد کرد یعنی خداوند مراقبت خواهد نمود تا d های بزرگ پیش نیایند. پس با چنین

تو کلی، آنچه که ما باید دقت کنیم چیست؟ روشن است که ما باید دقت کنیم و با تقوای مناسب بر اساس به کارگیری همین علمی که تاکنون داریم نگذاریم چیزی بی اندازه از دست خارج گردد. یعنی در امن و امان مورد نظر باقی بمانیم!

آنچه در بالا گذشت را می توان به طور خلاصه به این شکل بیان کرد: هدایت باید به گونه ای باشد که با فرض محدود بودن ورودی های ممکن، همه خروجی های ممکن نیز محدود بمانند. به عبارت دیگر با امید به اینکه خداوند همه ورودی های ممکن را محدود نگاه دارد، ما باید حلقه هدایتی تقوا را به گونه ای سامان بخشیم که خروجی های ممکن، همگی محدود و در حاشیه امنیت خود قرار گیرند. این یعنی همان تعریف پایداری که بالاتر آوردیم.

مراجع

- [1] القرآن الکریم (با ترجمه فارسی)، مترجم: ابوالفضل بهرام پور، انتشارات تلاوت، تهران، چهارم ۱۳۸۷
- [2] ترجمه تفسیر المیزان، موسوی همدانی سید محمد باقر، دفتر انتشارات اسلامی جامعه‌ی مدرسین حوزه علمیه قم، چاپ پنجم، ۱۳۷۴ ش
- [3] جزوه‌ی درسی کنترل خطی، دکتر محمدعلی معصوم نیا، شهریور ۱۳۶۹
- [4] 1993, M. VIDYASAGAR, *Non Linear Systems Analysis*
- [5] المفردات فی غریب القرآن، حسین بن محمد راغب اصفهانی، دارالعلم الدار الشامیه، چاپ اول، ۱۴۱۲ق.
- [6] نهج البلاغه، مترجم: حجه الاسلام محمد دشتی، انتشارات آل علی، چاپ ششم، ۱۳۸۳.
- [7] بحار الانوار الجامعه الدرر الاحبار الائمہ اطهار، علامه مجلسی، انتشارات اسلامی، تهران.

فصل دوم

طراحی در حوزهٔ زمان

۲-۱- مقدمه

همان گونه که در گفتگوی کلی درباره طراحی گذشت، داستان از درک دو نکته به هم پیوسته اساسی آغاز می گردد:

اول اینکه ما در حلقه هدایت فقط می توانیم به ساختن H پردازیم.

دوم اینکه آنچه در طراحی از اهمیت بسیار ویژه برخوردار است، بهره حلقه یعنی GH است و از روی آن است که همه ویژگی های دیگر حاصل می گردد.

یعنی درست است که ما فقط به H دسترسی داریم ولی آن را طوری می سازیم که GH به گونه مورد نظر شود.

از اینجا روشن می شود که ما باید رابطه بین بهره حلقه و نتیجه حلقه را به خوبی دریابیم. یعنی باید دریابیم که اگر مثلاً بهره حلقه چنین باشد آنگاه حلقه هدایت، چنان خاصیتی خواهد داشت. این مهم، اصلی ترین موضوعات ما را تشکیل می دهد. مرسوم است که به بهره حلقه، «سامانه حلقه باز» گفته شود، چرا که گویی حلقه مورد نظر در جایی باز شده است. به همین سبک نتایج حلقه هدایت نیز «نتایج حلقه بسته» نامیده می شوند. (چون در طراحی سامانه هدایتی، در

عین حالی که حلقه بسته است از مفهوم بهره حلقه استفاده می‌کنیم، ترجیح بر آن است که از اصطلاح حلقه باز و حلقه بسته کمتر نام ببریم. در حالی که چون در تمامی حالات، هم بهره حلقه و هم حلقه هدایت از دیدگاه ورودی‌های بیرون حلقه، معنا دارد بهتر دیدیم از این اصطلاحات استفاده نماییم).

به لحاظ ریاضی هم روشن است که رفتار GH است که رفتار $(1 + GH)^{-1}$ یا $GH(1 + GH)^{-1}$ را - که به ترتیب، نتیجهٔ خطای حلقه و خروجی حلقه به ازای خروجی مطلوب هستند - تعیین می‌کند. پس لازم است به ازای رفتارهای گوناگون، رابطهٔ بین این دو به دست آید. برای این منظور نیز لازم است موضوعات مربوط به رفتارشناسی در حوزهٔ زمان دوباره مرور گردند مورد توجه ما قرار بگیرند. در واقع برای اینکه حلقهٔ هدایت ما رفتار مطلوب را داشته باشد، باید به ازای ویژگی‌های رفتاری گوناگون، رفتار مطلوب مشخص گردد.

پر واضح است که شاید گفته شود، رفتار مطلوب هدایتی، این است که کن فیکون باشد. این رفتار به زبان ریاضی و در حوزهٔ زمان، یعنی y فوراً و بی‌چون و چرا، بشود y_d . خوب! نکته این است که این مطلوب امکان ندارد و ما باید قانع باشیم به برخی ویژگی‌های ممکن رفتاری! این قناعت، ما را به یک رفتار مطلوب رهنمون می‌کند که در طراحی H نهایتاً برای ما ممکن شده است.

قبل از آنکه دربارهٔ رفتار یک سامانهٔ ریاضی گفتگو کنیم لازم است به ادبیات مشترکی رسیده باشیم. این روند را که در آن آرام آرام دربارهٔ رفتار سامانه‌های ریاضی با هم، هم‌ادبیات می‌شویم، رفتارشناسی آن الگوهای ریاضی نامیده‌ایم.

چنانچه ما پیش از این رفتارهای گوناگون را نشناخته باشیم، نمی‌توانیم درباره رفتار مطلوب حلقه یا هر سامانه دیگری سخن بگوییم. چون در سامانه هدایت بالاخره باید بگوییم که کدام رفتار هدایتی مورد رضایت است و کدام رضایت‌بخش نیست، لذا ابتدا باید به این هم‌ادیات شدن بپردازیم.

۲-۲- رفتارشناسی تابع تبدیل‌ها در حوزه زمان

رفتارشناسی ورودی - خروجی سامانه‌ها در حوزه زمان یعنی «دریافتن اینکه به ازای تغییرات در ورودی چه تغییراتی در خروجی رخ می‌دهد». به عبارت دیگر می‌خواهیم بدانیم وقتی ورودی به گونه‌هایی تغییر می‌کند، خروجی چگونه تغییر می‌کند. به طور خلاصه مسئله اصلی شناخت «تغییر به ازای تغییر» است.

روشن است که انواع تغییر در یک سیگنال ورودی بسیار متنوع است و در نگاه اول به نظر می‌رسد لازم است برای هر نوع سیگنال ممکن موضوع را پیگیری نمود و این حجم کار سنگینی را تحمیل می‌کند. شاید اگر یک دسته‌بندی مناسبی از این انواع سیگنال داشته باشیم و سپس برای آن دسته‌ها، کار را پیش ببریم، بتوانیم از روی آنها برای بقیه انواع سیگنال به نتیجه‌گیری‌های مناسب و کافی برسیم.

برای این منظور اگر نگاهی به سامانه‌های خطی و نامتغیر با زمان بیاندازیم، می‌بینیم که شاید بتوان از پاسخ به یک ورودی ویژه، برای بقیه انواع سیگنال‌های ورودی نتایج مورد نیاز را به دست آورد و با قاعده جمع آثار هر سیگنال ورودی دیگر را از روی آن سیگنال ویژه ساخت، به‌طوری که

از روی نتیجه‌ای که برای آن به دست می‌آید، نتیجه‌های مورد نیاز برای بقیه انواع سیگنال نیز قابل استنتاج باشند. مثلاً به خوبی می‌دانیم که تقریباً همه انواع سیگنال‌ها را می‌توان از جمع یک سری ضربه با اندازه‌های گوناگون ساخت. پس اگر پاسخ ضربه را داشته باشیم، می‌توانیم پاسخ به هر ورودی دلخواه دیگر را برای سامانه‌های خطی ثابت با زمان به دست آوریم. این قاعده درباره پاسخ پله نیز تقریباً صادق است.

پس روشن می‌شود که با فرض مهمی به نام خطی و ثابت با زمان بودن سامانه، کار رفتارشناسی می‌تواند به شناخت ویژگی‌های پاسخ سامانه به یک ورودی ویژه مثلاً پله یا ضربه خلاصه شود! به این ترتیب دیگر لازم نیست که به همه انواع تغییرات در ورودی پرداخت. استنتاجی که در اینجا آمد، فوق‌العاده مهم و ساده‌کننده رفتارشناسی سامانه‌های خطی ثابت با زمان است. همین است که ما به سامانه‌های خطی ثابت با زمان علاقه‌مندیم. به همین دلیل نیز عنوان این قسمت را رفتارشناسی تابع تبدیل‌ها گذاشته‌ایم، چراکه وقتی از تابع تبدیل نام می‌بریم، همه باید یادآور شوند که اصولاً برای سامانه‌های خطی ثابت با زمان است که چیزی به نام تابع تبدیل، توسعه داده شده است.

البته باید تأکید کنیم گاهی ممکن است نکته‌ای از ویژگی‌های سامانه‌ای، خود را در پاسخ پله‌اش (به آن خوبی که انتظار می‌رود) نشان ندهد ولی این موارد بسیار خاص و محدود است.

اگر متقاعد شدیم که در رفتارشناسی ورودی - خروجی برای تعیین ویژگی‌های رفتاری باید پاسخ به ورودی‌های ویژه را مد نظر قرار دهیم، آنگاه باید تأکید کنیم که سیگنال پله از مهمترین و پر محتواترین ورودی‌هایی است که می‌تواند در این کار استفاده شود. بررسی پاسخ پله یعنی اینکه

بخواهیم بدانیم هرگاه ورودی ما یک تغییر دفعی کند و در آنجا بماند خروجی چه می‌شود؟ این موضوع از مهمترین موضوعاتی است که می‌خواهیم نسبت به آن شناخت یابیم. البته به طور مشابه بررسی رفتار خروجی، به ازای یک تغییر مداوم اما با سرعت ثابت در ورودی پاسخ شیب و به ازای یک تغییر مداوم با شتاب ثابت به شکل سهمی می‌شود که معمولاً در رفتار گذرا برای ما چندان مد نظر نیستند. ولی گاهی در رفتارشناسی مانا مفاهیم مربوط به آنها می‌توانند مورد توجه قرار گیرد. در جای خود بیشتر در این رابطه بحث خواهیم کرد!

پاسخ به ورودی‌های ویژه را در دو قسمت کلی بررسی می‌کنیم. یکی پاسخی که نام گذرا به آن داده‌ایم و دیگری مانا. این تقسیم‌بندی کمک شایانی توجیهی در رفتارشناسی دارد و از همان نگاه تغییر با زمان ناشی می‌شود. چنانچه دقت کنید ما در پاسخ پله یا شیب و یا سهمی، فرضمان این است که ورودی پیشتر هیچ تغییری نداشته و مثلاً صفر بوده است و دفعتاً به گونه‌ای شروع به تغییرات می‌کند. ولی این تغییرات نیز به یک شکل خاص به ثبات می‌رسد و مثلاً در پله در مقداری - که دفعتاً به آن پریده است - می‌ماند. (در سیگنال شیب دفعتاً به شیبی (سرعتی) می‌پرد و در آن باقی می‌ماند و در سیگنال سهمی، شتاب دفعتاً به مقداری می‌رسد و در آن ثابت می‌ماند). پس انتظار می‌رود در پاسخ به چنین ورودی‌هایی، در گذر از یک مانایی به یک مانایی دیگر رفتاری گذرا در کار باشد. همین طور به ازای مانایی جدیدی که در ورودی داریم نیز رفتار مانایی تازه‌ای نیز در خروجی دیده شود.

۲-۲-۱- پایداری

یکی از مهمترین ویژگی‌های رفتاری که در نگاه اول جلب توجه می‌کند، «پایداری» یا «عدم پایداری» در سامانه‌هاست. می‌توان گفت پایداری اولین ویژگی‌ای است که در رفتارشناسی پیش از هر ویژگی دیگر بررسی می‌شود. در واقع این موضوع سامانه‌ها را از همان ابتدای فرایند رفتارشناسی به دو دسته رفتاری «پایدار» و «ناپایدار» تقسیم‌بندی می‌کند. این ویژگی آنقدر مهم جلوه نموده است که تقریباً می‌توان گفت ادامه رفتارشناسی فقط برای سامانه‌های پایدار اجرا می‌شود.

به عبارت دیگر ابتدا بررسی می‌شود که آیا سامانه مورد مطالعه اصولاً پایدار است یا نه. سپس اگر پایداری سامانه تأیید شد گفتگو درباره بقیه موارد رفتارشناسی ادامه می‌یابد.

در فصل قبل تعریف جامعی برای پایداری ورودی - خروجی بیان گردید. روشن است که اگر سامانه نهایی - که شما به عنوان سامانه هدایتی مورد نظر خود ارائه می‌دهید - رفتاری ناپایدار داشته باشد، به درد نخواهد خورد. (مگر در فاصله زمانی‌های بسیار محدود که بحث آن خارج از حیطه این کتاب است). این مفید نبودن دو وجه مشخص دارد. اولاً سیگنال مطلوب y_d به هیچ وجه دنبال نمی‌شود. به معنی دیگر، به مرور زمان خطا بسیار بزرگ خواهد شد. از طرف دیگر به ازای کوچکترین خطایی که در الگوی G موجود باشد، باز هم خطاهای فراوان به وجود خواهند آمد. با توجه به این نکته که ناشناخته‌هایی، هر چند محدود از سامانه تحت هدایت وجود دارند، (d ها را داریم) این موضوع بسیار مهم خواهد شد. به این ترتیب لازم است ریاضیاتی را یاد بگیریم که به وسیله آن با داشتن بهره حلقه بتوان در مورد پایداری و ناپایداری حلقه، داوری نمود.

برای این منظور همان طور که در مثال ۱-۲ ارائه گردید، آموختیم که کافی است اولاً دقت کنیم که به هیچ وجه قطب ناپایداری را از سامانه تحت کنترل توسط کنترل کننده‌ای که طراحی می‌کنیم، حذف نکنیم و ثانیاً دقت کنیم تمام ریشه‌های $1 + GH$ سمت چپی باشند. برای بررسی سمت راستی یا سمت چپی بودن ریشه‌های یک چند جمله‌ای، آزمونی به نام روث-هرویتز توسعه داده شده است که با استفاده از آن از روی ضرایب چند جمله‌ای به آسانی می‌توان در مورد تعداد ریشه‌های سمت راستی و یا مرزی آن داوری نمود. این آزمون در پیوست ۱ آورده شده است. مهندسین کنترل لازم است با این آزمون به خوبی آشنا باشند. چراکه ابزاری در دست دارند که می‌توانند با استفاده از آن از روی GH فوراً $1 + GH$ را بسازند و ببینند که آیا حلقه بسته پایدار است یا خیر!

۲-۲-۲- رفتار مانا در پاسخ به ورودی‌های ویژه

ملاحظه کنید که سیگنال پله در ورودی سامانه پس از یک تغییر دفعی به مقدار واحد رسیده و در این مقدار باقی مانده است. حال می‌خواهیم بدانیم به ازای این ماندن آیا پاسخ نیز به جایی میل می‌کند و در آن خواهد ماند؟! اگر آری، این مقدار چیست و آیا از روی تابع تبدیل می‌توان آن را سریع به دست آورد؟ طبیعی است که اگر سامانه پایدار باشد این پرسش پاسخی خواهد داشت.

برای رسیدن به جواب کافیت توجه کنیم که اولاً ورودی (که پله است) در مقدار ثابت مانا شده است و لذا سرعت تغییرات آن صفر می‌باشد. اگر خروجی نیز به یک مقدار ثابتی میل کند، پس سرعت خروجی نیز به صفر رسیده است. از این دو نتیجه می‌شود که برای به دست آوردن مقدار مانای خروجی باید تمامی مشتقات ورودی و خروجی (هر دو) را برابر با صفر بگذاریم. این

جواب به بیان ریاضی یعنی $s \rightarrow 0$ ، عددی که به این صورت به دست می‌آید را «بهره مقدار ثابت سامانه» یا به اختصار، «بهره ثابت» می‌نامیم.

$$\text{بهره ثابت } G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad \text{که هیچ } \frac{1}{s} \text{ ندارد} \quad (1-2)$$

اگر تابع تبدیل دارای قطبی در مبدأ باشد یعنی جمعگر خالص داشته باشد، روشن است که دیگر نمی‌توان با صفر گذاردن s ، به بهره ثابت رسید. در چنین شرایطی قطب‌های در مبدأ را حذف می‌کنیم و سپس با تابع تبدیل جدید و رابطه بالا بهره ثابت را محاسبه می‌نماییم.

$$\text{بهره ثابت } G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{s} \text{ بدون } G(s) \right\} \quad (2-2)$$

آیا می‌توانید بگویید اگر سامانه فقط یک قطب در مبدأ داشته باشد، پاسخ پله به چه رفتار مانایی میل می‌کند؟ آیا به خطی رو به افزایش میل نمی‌کند؟ شیب این خط چقدر است؟

آری! کافیت توجه کنید که پاسخ پله در تابع تبدیل بدون آن جمعگر خالص به مقدار ثابتی برابر بهره ثابت میل می‌کند و وقتی این مقدار ثابت به جمعگر خالص برسد، حاصل خطی با شیب بهره ثابت می‌شود. به همین ترتیب اگر سامانه دارای دو جمعگر خالص باشد، حاصل یک سهمی با تقعر بهره ثابت است و به همین ترتیب!

برای نمونه، پاسخ پله $\frac{k}{s+a}$ ، اگر پایدار باشد، در نهایت به $\frac{k}{a}$ میل می‌کند به همین دلیل به این عدد، بهره ثابت تابع تبدیل می‌گوییم. همین طور پاسخ پله $\frac{k}{s(s+a)}$ به خطی با شیب ثابت $\frac{k}{a}$ میل خواهد نمود.

۳-۲-۲ رفتار گذرا در پاسخ به ورودی‌های ویژه: شروع و گذرای

پاسخ پله

عموماً بررسی پاسخ پله برای مطالعه رفتار گذرای سامانه‌ها کفایت می‌کند. این رفتار گذرا از سه بخش شروع پاسخ به ازای پرسش اولیه پله، سرعت پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا و نوسانی بودن پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا تشکیل شده است.

شروع پاسخ به ازای پرسش اولیه پله

در بررسی این بخش از حالت گذرا به این پرسش پاسخ می‌دهیم که آیا پاسخ، به ازای پرسشی که در ورودی پله رخ داده، در شروع خود پرسش دارد؟ یا سرعت سرعش و همین طور مراتب دیگر از سرعتش پرسش خواهد داشت؟ و اگر پرسش دارد مقدار آن چقدر است؟

ابتدا توجه می‌کنیم که شروع پاسخ یعنی چه؟! شروع یعنی هنگامی که پرسش پله انجام گرفته و مقدار ورودی از صفر به 1 رسیده است یعنی ϵ زمان پس از 0 و نه بعد از آن! در این فاصله زمانی بسیار کم، هنوز خروجی جمعگرهای خالص تشکیل دهنده سامانه، هیچ تغییری نکرده است و هنوز همگی را باید 0 در نظر گرفت. به بیان ریاضی یعنی کلیه $\frac{1}{s}$ ها باید مانند یک ضریب 0 در نظر گرفته شوند. به عبارت دیگر یعنی s ها را باید ∞ گرفت.

لذا کفایت تابع تبدیل را به ازای $s \rightarrow \infty$ به دست آورد. عددی که به این روش دست می‌آید همان مقدار پرسش خروجی به ازای پرسش یک واحدی ورودی است.

$$G(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \text{مقدار پرسش پاسخ پله } G(s) \quad (3-2)$$

روشن است که اگر درجه صورت تابع تبدیل از مخرج آن کمتر باشد (یعنی تابع تبدیل اکیداً سره باشد)، این پرش صفر است. یعنی در پاسخ پله هیچ پرشی مشاهده نخواهد شد. فقط در صورتی که صورت و مخرج هم درجه باشند (یعنی تابع تبدیل سره و نه اکیداً سره باشد)، پرشی خواهیم داشت. در این صورت مقدار این پرش چیزی نیست جز نسبت بزرگترین درجه صورت به بزرگترین درجه مخرج. از این پس این عدد را «بهره پرش» می‌نامیم.

حال فرض کنیم درجه مخرج از صورت فقط یکی بیشتر است. دیدیم که پاسخ پله پرشی نخواهد داشت. ولی اگر کسی علاقه‌مند باشد که سرعت همین پاسخ را نیز مورد توجه قرار دهد، لازم است در تابع تبدیل یک s ضرب کند و سپس حد آن را در ∞ محاسبه نماید. یعنی داریم:

$$\text{بهره پرش} = \lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) = \text{مقدار پرش سرعت پاسخ پله } G(s) \quad (2-4)$$

این عبارت باز هم همان بهره پرش را نتیجه خواهد داد. ولی این بار این عدد مقداری است که سرعت پاسخ در ابتدا از صفر به آن مقدار می‌پرد. در حالت کلی‌تر نیز اگر درجه صورت از مخرج n تا کمتر باشد، داریم:

$$\text{بهره پرش} = \lim_{s \rightarrow \infty} s^n G(s) = \text{مقدار پرش سرعت } n\text{ام پاسخ پله } G(s) \quad (2-5)$$

برای نمونه می‌دانید که پاسخ پله ساده‌ترین تابع تبدیل مرتبه اول یعنی جمعگر خالص

$(\frac{1}{s})$ ، شیب است. یعنی خود پاسخ هیچ پرشی ندارد. ولی دقت کنید که سرعت پاسخی که دارای پرشی از 0 به 1 است. مشابه همین پاسخ درباره همه تابع تبدیل‌های مرتبه اول $\frac{k}{s+a}$ وجود دارد. پاسخ

پله نمی‌پرد ولی سرعت همین پاسخ، پرشی از 0 به k خواهد داشت. توجه کنید که این رفتار به پایدار یا ناپایدار بودن نیز ربطی ندارد.

به عنوان نمونه اگر همان تابع تبدیل‌های مرتبه اول صفری هم داشته باشند (یعنی به شکل $k \frac{s+z}{s+p}$ باشند)، خود پاسخ پله پرشی از 0 به مقدار بهره پرش دارد.

دیدیم که داشتن و نداشتن هر مرتبه‌ای از پرش، فقط به اختلاف درجه صورت و مخرج تابع تبدیل بستگی دارد. مقدار این پرش نیز برای همه موارد همان نسبت ضرایب بزرگترین درجه صورت و مخرج است که آن را بهره پرش نامیدیم. البته خواهیم دید که چون همین بهره است که در فن رسم مکان هندسی قطب‌های حلقه به کار می‌آید، آن را «بهره مکان» نیز می‌نامند.

با بررسی تفاوت بین اختلاف درجه صورت و مخرج در بهره حلقه و نتیجه حلقه می‌توانیم رابطه بین پرش بهره حلقه با پرش حلقه را بیابیم. (البته این موضوع باید به ازای هریک از ورودی‌های ممکن مورد توجه جداگانه بررسی شود.) اما مقدار پرش به بهره پرش وابسته است و لازم نیست این بهره برای بهره حلقه و هر یک از نتایج دیگر حلقه یکسان باشد. این موضوع در تمرین‌های زیر مورد بررسی دقیق قرار گرفته است.

تمرین ۲-۱-

الف - ابتدا ورودی را برابر با خروجی مطلوب یعنی y_d و خروجی را نیز همان y بگیرید، نشان دهید که به لحاظ نوع پرش، بهره حلقه با نتیجه حلقه یکسان است. سپس نشان دهید مقدار

پرش نیز اگر بهره حلقه اکیداً سره باشد، برای بهره حلقه و نتیجه حلقه یکسان است و این مقدار

اگر بهره حلقه سره باشد برابر با $\frac{k}{1+k}$ خواهد بود.

ب - حال برای خروجی خطای حلقه (e) درباره نوع و مقدار پرش، بهره حلقه را با نتیجه

حلقه مقایسه کنید.

ج - این بار خروجی را ورودی سامانه تحت هدایت بگیرید و همان تحلیل‌های بالا را

تکرار کنید. (در این تمرین، ورودی‌های دیگر را صفر بگیرید یعنی d ها صفرند!)

تمرین ۲-۲-

تمرین ۱-۲ را برای ورودی d_1 هم اجرا کنید. دقت کنید که خروجی‌ها را خودتان به

نحو مناسب انتخاب می‌کنید. y_d, d_2 صفرند!

تمرین ۳-۲-

این بار همان تمرین ۱-۲ را برای ورودی d_2 اجرا کنید. باز هم دقت کنید که خروجی‌ها

را خودتان به نحو مناسب انتخاب می‌کنید. y_d, d_1 صفرند!

سرعت پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا

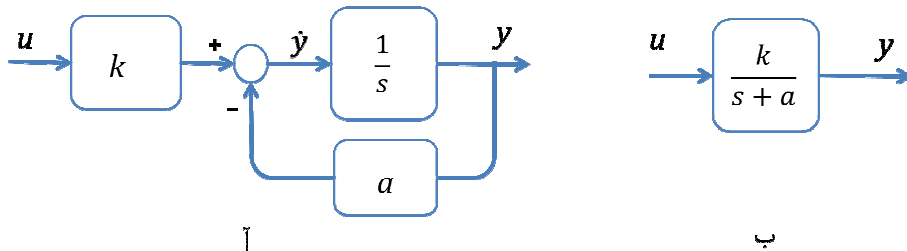
با فرض پایداری سامانه، تا رسیدن به رفتار مانا مدت زمانی طول می‌کشد. این موضوع را

شاخصه‌ای برای مقایسه سرعت پاسخ سامانه‌ها نسبت به هم قرار داده‌اند. بگذارید ابتدا سامانه‌های

مرتبه اول پایدار را ببینیم.

برای اینکه تابع تبدیل $\frac{k}{s+a}$; $k, a > 0$ را به لحاظ ریاضی بررسی کنیم، خوب است تحقیقی از آن را در نظر بگیریم. این تحقق به صورت جبری در عبارت زیر نمایش داده شده است. در شکل ۱-۲ هم آن را به صورت نمایش بلوکی می‌بینیم:

$$\dot{y} = -ay + ku \quad (۶-۲)$$



شکل ۱-۲- نمایش بلوکی سامانه $\frac{k}{s+a}$: آ: نمایش جزئی ، ب: نمایش ورودی خروجی (تابع تبدیلی)

مثال ۱-۲-

سامانه خودرو را در نظر بگیرید و پدال گاز و ترمز را یک ورودی شتاب دهنده (مثبت یا منفی) و خروجی را سرعت خودرو فرض کنید. در اینجا k نسبت بین میزان تغییر پدال‌ها و میزان شتابی است که به خودرو اعمال می‌گردد. برای سادگی این نسبت را خطی در نظر گرفته‌ایم.

از طرفی به خوبی می‌دانید درست هنگامی که خودرو سرعت بیابد، شتابِ مقابله‌کننده‌ای نیز به وجود می‌آید که ناشی از مقاومت هوا در مقابل حرکت است. این نیرو را دانش‌پژوهان

هواحرکتی^۱، نیروی «پسای هواحرکتی» نامیده‌اند. خوب حس می‌کنیم که با ازدیاد سرعت، این نیروی مقاوم نیز زیاد می‌شود. باز هم برای سادگی در اینجا فرض کرده‌ایم این ازدیاد به صورت خطی با ضریب تناسب a می‌باشد.

حال برگردیم ببینیم رفتار این سامانه چگونه است؟ پله در اینجا یعنی پدال گاز را دفعاً تا اندازه‌ای فشاردادن و در آنجا نگاه داشتن! چه رخ می‌دهد؟! درست لحظه بعد، تمامی این شتاب ورودی - که k برابر میزان فشردن پدال، یعنی ku است - همه شتاب خالص خودرو را حاصل می‌کند. آرام آرام سرعت خودرو شروع به افزایش می‌کند. این سرعت به میزان a برابر خودش در تعامل با هوا شتاب منفی ایجاد می‌نماید و از میزان شتاب ورودی گاز می‌کاهد. این اتفاق شتاب خالص خودرو را کاهش می‌دهد. ولی افزایش سرعت تا هنگامی که شتاب مثبتی در کار باشد ادامه می‌یابد. یعنی تا وقتی که شتاب پسا بتواند کاملاً شتاب ورودی را خنثی کند، افزایش سرعت داریم.

حالتی را که سامانه مورد بحث در این هنگام خاص در آن قرار می‌گیرد، در نظر بگیرید، از این پس، سرعت خودرو یا همان خروجی ما (y) ، تغییری نمی‌کند و به سکون می‌رسد، به همین دلیل این حالت را در سامانه‌ها، «حالت سکون» می‌نامیم. اما اغلب این حالت را حالت تعادل یا *equilibrium* هم می‌گویند. ما هم به همین مناسبت پسوند e را برای نمایش آن گزیده‌ایم. لذا به زبان ریاضی هرگاه :

$$ku_e = ay_e \quad (۷-۲)$$

^۱ aerodynamic

از آن پس خودرو شتابِ صفر خواهد داشت و با سرعت ثابتی که از رابطه زیر به دست می‌آید به راه خود ادامه می‌دهد.

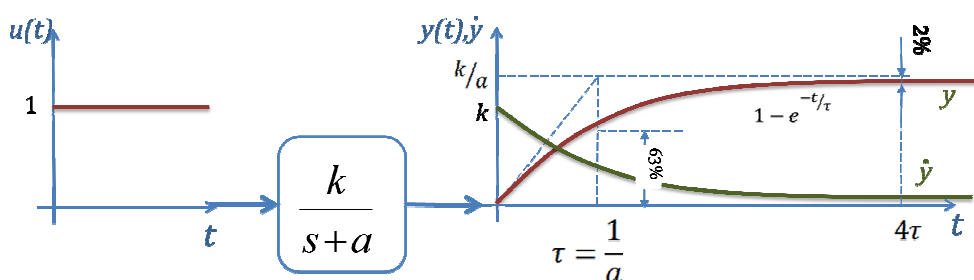
$$y_e = \frac{k}{a} u_e \quad (۸-۲)$$

این نسبت همان بهره ثابت است و اگر ورودی پله واحد باشد (یعنی $u_e = 1$) سرعت به مقدار ثابت $\frac{k}{a}$ میل می‌کند.

اما ما می‌خواهیم بدانیم قبل از آنکه به این رفتار مانا برسیم چه رفتارِ گذرای را پشت سر گذاشته‌ایم. چنانچه دقت کنید روشن است که در ابتدا سرعتِ خروجی (یعنی شتاب) حداکثر بود و سپس به مرور کاهش یافت تا صفر شد. به لحاظ ریاضی یعنی شیبِ خروجی دفعتهً به مقدار حداکثری k (همان بهره پرش) رسید. پس از آن به مرور از این شیب کاسته شد تا به شیبِ صفر رسید. این شیب با ضریب a کاهش یافته است. پس روشن است که هرچه این ضریب بزرگتر باشد، سریعتر به حالت مانا می‌رسیم. به همین دلیل به این ضریب، «ضریب میرایی پاسخ» گفته‌اند. عکس این ضریب را «ثابت زمانی» سامانه می‌نامند و معمولاً با نماد τ نشان می‌دهند.

$$\tau = \frac{1}{a} \quad (۹-۲)$$

روندِ تغییراتِ خروجی (y) و سرعتِ آن ($\dot{y}$)، به ازای پله واحد، در شکل ۲-۲ رسم شده‌است.



شکل ۲-۲- پاسخ پله سامانه $\frac{k}{s+a}$ (شکل ۱-۲)؛ در این شکل هم چگونگی تغییر خروجی $y(t)$ و هم $\dot{y}$ نشان داده شده است. هر دو منحنی پس از یک ثابت زمانی به 63% مقدار نهایی خود می‌رسند و پس از گذشت 4 ثابت زمانی تنها 2% تا مقدار نهایی فاصله دارند.

در اینجا سرعت خروجی روندِ نمایی میرا دارد. (نمایی بودن یک اصطلاح ریاضی است. هرگاه شیبِ یک منحنی با خودش متناسب باشد، آن را نمایی گویند چراکه عددِ ثابتی در پایه است و متغیر در نما قرار دارد)

$$\dot{y} = e^{-at} = (e^{-a})^t, \quad y = 1 - e^{-at} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad t > 0 \quad (۱۰-۲)$$

هرگاه عددی که در نماست، کوچکتر از واحد باشد، عبارت میرا و هرگاه بزرگتر از واحد باشد، نامیرا و فزاینده است. در اینجا که $a > 0$ فرض شده بود، $e^{-a} < 1$ و لذا سرعت خروجی نمایی میرا است.

جالب است که در سامانه‌های مرتبه اول همواره خطِ شیبِ اولیه، خطِ مقدار مانا را در ثابت زمانی قطع می‌کند، به شکل ۲-۲ توجه کنید. این نکته در تصورِ درست از رفتار گذرا بسیار کمک می‌کند.

تمرین ۲-۴-

زمانی را که پاسخ پله به اندازه‌ای می‌رسد که تنها 2% تا مقدار مانای خود فاصله دارد، «زمان نشست» گویند. نشان دهید برای سامانه‌های مرتبهٔ اول، زمان نشست حدود 4τ است.

تمرین ۲-۵-

نشان دهید پاسخ پلهٔ سامانه‌های مرتبهٔ اول در یک ثابت زمانی، 63% مقداری را طی می‌کند که تا مقدار مانای خودش طی خواهد کرد.

تمرین ۲-۶-

پاسخ پلهٔ سامانه‌های مرتبهٔ اول همراه با یک صفر را به دست آورید. (به شروع پاسخ و بهرهٔ پرش دقت بیشتری کنید.)

الف- صفر را سمت چپ قطب بگیرید.

ب- صفر را بین قطب و مبدأ بگیرید.

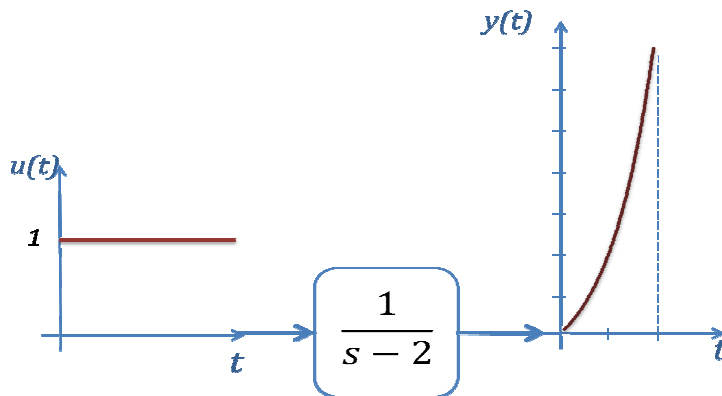
ج- صفر را سمت راست محور موهومی بگیرید.

د- نتیجهٔ کلی‌ای را که می‌توان دربارهٔ نسبت پرش اولیه به مقدار مانا گرفت، بیان کنید.

معلوم می‌شود که هر چه قطب سامانه به سمت چپ از محور موهومی دورتر باشد، سرعت پاسخ بیشتر است. این نتیجه بسیار کلی است و سرعت پاسخ، بیشتر به قطب‌های نزدیکتر به محور موهومی بستگی دارد. به همین مناسبت به این قطب‌ها، قطب‌های غالب می‌گویند، یعنی غالب پاسخ گذرا به آنها و خواص آنها باز می‌گردد. این موضوع هنگامی که سامانه‌های مرتبه دوم را بررسی می‌کنیم بهتر روشن می‌شود.

اما بد نیست همین‌جا به سامانه ناپایدار مرتبه اول نیز دقت کنیم. فرض کنیم $a < 0$ باشد یعنی به محض اینکه خروجی مقداری پیدا می‌کند نه تنها عاملی برای کاهش سرعت خروجی نیست، عاملی هست که سرعت خروجی را متناسب با خروجی افزایش می‌دهد. به این ترتیب به مقدار مانایی نمی‌رسیم بلکه هر چه پیش می‌رویم، سرعت پیشروی نیز بیشتر و بیشتر می‌شود. این بار، سرعت خروجی نمایی فزاینده می‌گردد. در شکل ۲-۳ پاسخ پله برای یک نمونه سامانه ناپایدار رسم شده است.

دقت کنید که هر چند تعبیر رفتاری بهره ثابت در سامانه‌های ناپایدار از بین می‌رود ولی بهره پرش همچنان در شروع پاسخ خود را نشان می‌دهد.



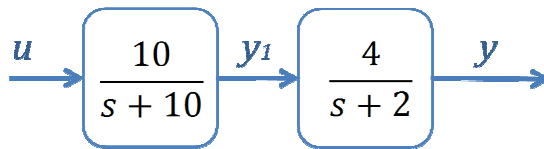
شکل ۲-۳- پاسخ پله برای یک سامانه ناپایدار؛ همان طور که مشاهده می‌شود با گذشت زمان نه تنها به مقدار ثابتی نمی‌رسیم، سرعت افزایش خروجی هم لحظه به لحظه بیشتر می‌شود.

در بررسی سامانه‌های مرتبه دوم ابتدا رفتارشناسی سامانه‌های با قطب‌های ساده (و نه مختلط) را مورد توجه قرار می‌دهیم. در ادامه پاسخ‌های زمانی را به صورت دقیق ریاضی بدست نمی‌آوریم بلکه با استدلال‌هایی به آنها می‌رسیم.

مثال ۲-۲-

سامانهٔ مرتبهٔ دوم $\frac{40}{(s+10)(s+2)}$ را در نظر بگیرید. سامانهٔ مربوطه را به صورت سری از

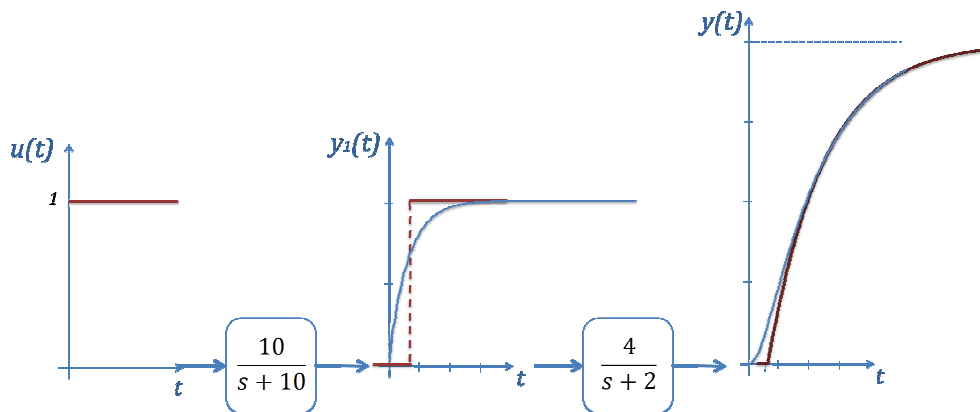
دو سامانهٔ مرتبهٔ اول که اولی سرعت بیشتری دارد در نظر می‌گیریم. همان طور که در شکل ۲-۴ هم نشان داده شده است برای سادگی توضیحات، بهرهٔ ثابت اولی را واحد گرفته‌ایم.



شکل ۲-۴- نمایش سامانه مرتبه دوم به صورت دو سامانه مرتبه اول سری

با آنچه تاکنون آموخته‌ایم به راحتی پاسخ پلهٔ سامانهٔ اولی را می‌شناسیم. این پاسخ تقریباً

در $\tau_2 = \frac{1}{10}$ به 63% واحد می‌رسد. پاسخ این سامانه به ورودی پله، ورودی سامانهٔ دوم - که کندتر است - است. بیایید برای سادگی فرض کنیم این ورودی تا زمان $\tau_2 = \frac{1}{10}$ صفر بوده ولی در عوض در همین زمان دفعتاً به مقدار واحد رسیده است. به این ترتیب گویی سامانهٔ اولی فقط باعث می‌شود که ورودی پله به اندازهٔ زمان τ_2 با تأخیر به سامانه دوم برسد. با این فرض تقریبی می‌توان پاسخ تقریبی را مطابق با شکل ۲-۵ رسم نمود.



شکل ۲-۵- تحلیل پاسخ پله سامانه مرتبه دوم با در نظر گرفتن آن به صورت دو سامانه سری؛ منحنی‌های آبی پاسخ دقیق و منحنی‌های قرمز پاسخ تقریبی را نمایش می‌دهند.

اگر دقیقاً محاسبه کنید و پاسخ را کنار این پاسخ تقریبی رسم کنید (در شکل ۲-۵ این کار انجام شده است)، درمی‌یابید که واقعاً این تقریب، خوب و راهگشاست. طرز نگاهی که سری نمودن به ما می‌دهد، بسیار کمک می‌کند درک کنیم که عمدهٔ سرعتِ پاسخ، به سرعتِ کندترین قطب باز می‌گردد و دیگر قطب‌ها تأثیر بسیار کمتری دارند.

تمرین ۲-۷-

پاسخ پلهٔ دقیق را برای سامانهٔ $\frac{k}{(s+p_1)(s+p_2)}$ ، $p_1 < p_2$ به دست آورید.

(ب) سپس سعی کنید زمان نشست را به دست آورید.

(ج) با توجه به پاسخ تقریبی نیز حدسی برای زمان نشست ارائه دهید و با نتیجه به دست

آمده در قسمت ب مقایسه کنید.

تمرین ۲-۸-

سعی کنید به روش تقریبی، پاسخ پله را برای سامانه مرتبه دوم به دست آورید. ولی این بار صفر ساده‌ای را (یعنی $(S + Z)$ در صورت) نیز اضافه کنید و نسبت به محل قرار گیری صفر بحث کنید. از جایی که این صفر، از هر دو قطب بسیار چپ‌تر و دور است شروع کنید. سپس حالتی را در نظر بگیرید که به روی قطب سریعتر می‌رسد. سپس صفر را بین دو قطب بگیرید و مسیر را ادامه دهید تا به قطب کندتر برسد و سپس در حالتی که صفر سمت راست هر دو قطب باشد تا به مبدأ برسد و حتی سمت راست مبدأ باشد کاملاً بحث کنید.

تمرین ۲-۹-

در یک مورد از موارد ذکر شده در تمرین قبل فراجش^۱ به وجود می‌آید. نشان دهید زمان و مقدار فراجش از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند.

$$t_m = \frac{1}{p_2 - p_1} \ln \left(\frac{\mu_2 - 1}{\mu_1 - 1} \right) , \quad \text{مقدار فراجش} = \frac{(\mu_1 - 1)^{\frac{\mu}{\mu - 1}}}{(\mu_2 - 1)^{\frac{1}{\mu - 1}}} \quad (۱۱-۲)$$

$$, \mu = \frac{p_2}{p_1} , \mu_1 = \frac{p_1}{z} , \mu = \frac{p_2}{z}$$

چنانچه دو قطب روی هم باشند نشان دهید روابط زیر برای مقدار و زمان این فراجش برقرار خواهند بود.

^۱ اولین بار که پاسخ پله اوج می‌گیرد و از مقدار مانا نیز بالاتر می‌رود (فرا می‌جهد) را «فراجش» نامیده‌اند.

$$t_m = \frac{1}{p-z} \quad , \quad \text{مقدارِ فراجهش} = \frac{\mu-1}{e^{\frac{\mu}{\mu-1}}} \quad (۱۲-۲)$$

تمرین ۲-۱۰-

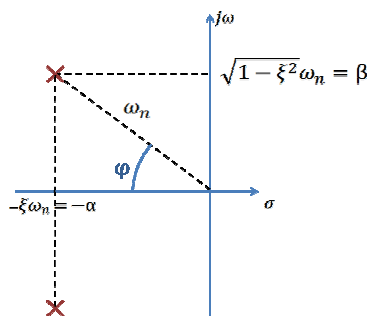
در تمرین‌های بالا با توجه به بحثِ پرش و بهره‌پرش، چگونگی شروع پاسخ را توضیح

دهید.

نوسانی بودنِ پاسخ تا رسیدن به رفتار مانا

هنگامی که در تابع تبدیل سامانه قطب‌های مختلطِ مزدوج داشته باشیم، ممکن است نوسان به وجود آید. برای شناختن رفتار این نوع سامانه‌ها، کفایت سامانه درجه‌دوی زیر را - که دارای دو قطب مختلط مزدوج است - ملاحظه کنیم.

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (۱۳-۲)$$



شکل ۲-۶- یک جفت قطب مختلط مزدوج و پارامترهای مربوطه

شاید بهترین روش برای این کار به دست آوردن جبری پاسخ پله بر حسب مشخصات قطبها باشد. پاسخ پلهٔ تابع تبدیل بالا می‌شود:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi) \quad (14-2)$$

به گونه‌ای که:

$$\cos \varphi = \xi \quad (15-2)$$

$$\tan \varphi = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (16-2)$$

$$\alpha = \xi \omega_n \quad (17-2)$$

$$\beta = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (18-2)$$

چون عبارت $\sin$ ، به هر حال بین -1 و $+1$ است، می‌توان نتیجه گرفت که پاسخ، تقریباً بین دو عبارت $1 + e^{-\alpha t}$ ، $1 - e^{-\alpha t}$ قرار می‌گیرد. این نشان می‌دهد که سرعت پاسخ فقط به مقدار حقیقی قطبها بستگی دارد. باز هم معکوس این مقدار حقیقی را $(\tau = \frac{1}{\alpha})$ ، ثابت زمانی سامانه می‌نامیم. در این حالت نیز زمان نشست همان 4τ خواهد شد.

و اما اگر به عبارت $\sin \beta t + \varphi$ باز گردیم، معلوم است که دورهٔ تناوب آن $\frac{2\pi}{\beta}$ است.

پس تعدادِ نوساناتی که تا زمان نشست رخ می‌دهد، تقریباً می‌شود:

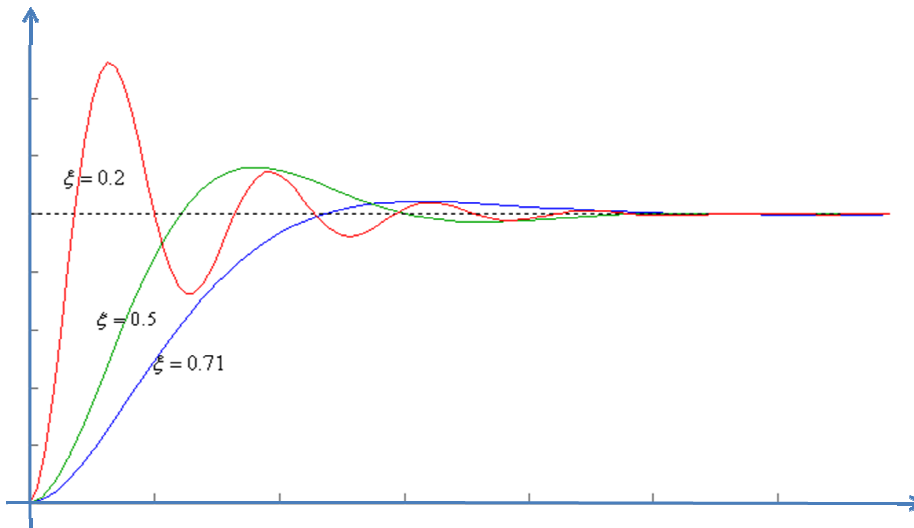
$$\frac{\frac{4}{\alpha}}{\frac{2\pi}{\beta}} = \frac{4}{2\pi} \frac{\beta}{\alpha} \approx \tan \varphi \quad (19-2)$$

یعنی هر چه مقدار موهومی قطب از مقدار حقیقی آن بزرگتر باشد، نوسانات بیشتری در زمان نشست رخ می‌دهد. به عبارت دیگر، نوسانات در این حالت دیرتر میرا می‌شوند. در واقع چون دوره نوسانات نسبت به زمان نشست کوچک شده است، تعداد بیشتری از نوسانات فرصت بروز می‌یابند. مثلاً اگر قسمت موهومی و حقیقی با هم برابر باشند یعنی $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.71$ و $\varphi = 45^\circ$ ، آنگاه تقریباً فقط یک نوسان می‌تواند تا زمان نشست خود را نشان دهد. اگر $\xi = 0.5$ و $\varphi = 60^\circ$ ، حدود یک و نیم نوسان دیده خواهد شد. اگر $\xi \approx 0.2$ ، $\varphi \cong 80^\circ$ حدود 4 نوسان کامل اتفاق می‌افتد. به همین مناسبت ξ را «ضریب میرایی نوسانات» می‌نامند.

اولین بار که پاسخ پله اوج می‌گیرد و از مقدار مانا نیز بالاتر می‌رود (فرا می‌جهد) را «فراجاهش» نامیده‌اند. این مقدار در برخی موارد معیاری برای تعیین قطب‌های غالب به شمار می‌رود. برای یک زوج قطب مختلط این فراجاهش درست در نیمه تناوب اول ($t_m = \frac{\pi}{\beta}$) رخ می‌دهد و لذا مقدار آن به سادگی پس از جایگذاری در عبارت (2-14)، به دست می‌آید:

$$\text{فراجاهش از مقدار مانا به درصد} = e^{-\frac{\pi\alpha}{\beta}} \times 100\% = e^{-\pi \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\% \quad (20-2)$$

چند پاسخ نمونه در شکل 2-7 رسم شده است.



شکل ۲-۷- پاسخ پله سامانه $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ به ازای مقادیر مختلف ξ ؛ در همه نمونه‌ها ثابت زمانی برابر با ۱ فرض شده و تنها ضریب میرایی نوسانات تغییر کرده است.

اگر در یک سامانه، تعدادی زوج قطب مختلط موجود باشد، آنهایی که به محور موهومی نزدیک‌ترند و در نزدیکی‌شان زوج صفری نیست، غالب پاسخ را چه به لحاظ سرعت و چه به لحاظ نوسانی بودن مشخص می‌کنند.

تمرین ۲-۱۱-

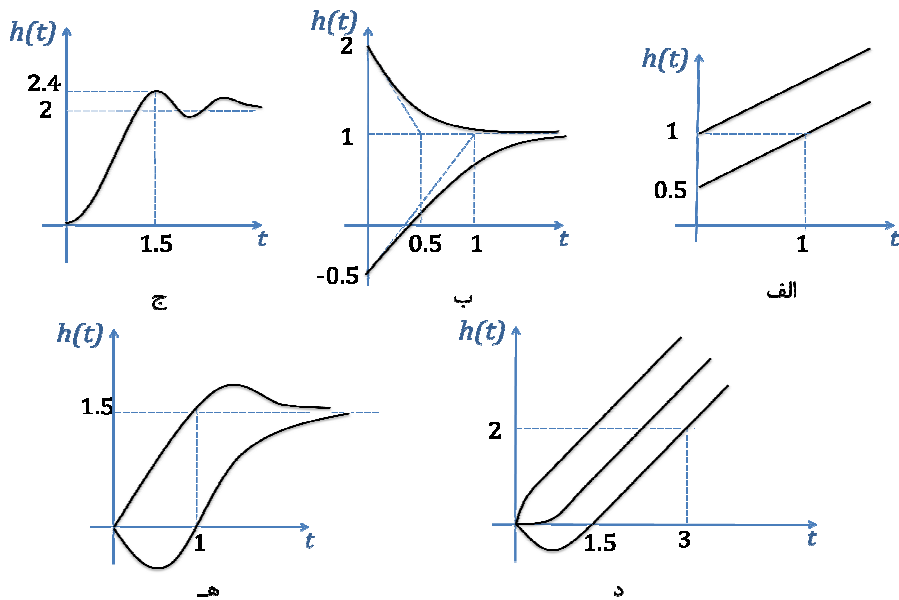
اگر همراه زوج قطب مختلط، تابع تبدیل یک صفر ساده نیز در $-z$ داشته باشد، میزان فراجش بیشتر خواهد شد. نشان دهید که این فراجش از عبارت (۲-۲۱) به دست می‌آید.

$$e^{-\gamma \frac{\alpha}{\beta}} \cdot \sqrt{1 - 2\xi \left(\frac{\omega_n}{z}\right) + \left(\frac{\omega_n}{z}\right)^2} \quad (21-2)$$

که در آن γ زاویه‌ای است که خطِ واصلِ قطب به صفر با محور منفی حقیقی می‌سازد. به عنوان نمونه وقتی صفر دقیقاً زیر قطب باشد این زاویه 90° است. نشان دهید که برای ضریب میرایی 0.7، فراجاهش از حدود 4% به حدود 21% افزایش می‌یابد.

تمرین ۲-۱۲-

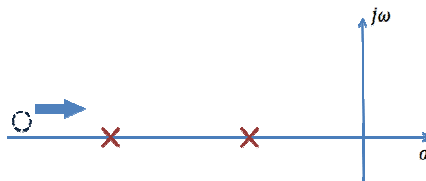
در شکل ۲-۸ پاسخ پله چند سامانه داده شده‌است. تا جاییکه ممکن است محل قطب‌ها و صفرها و بهره سامانه را تعیین کنید و توابع تبدیل مربوط به هر پاسخ را ارائه دهید. در صورت لزوم برای قطب‌های نامعلوم و صفرهای نامعلوم از حرف z و p استفاده کنید.



شکل ۲-۸- پاسخ پله برای سامانه های تمرین ۲-۱۲

تمرین ۲-۱۳-

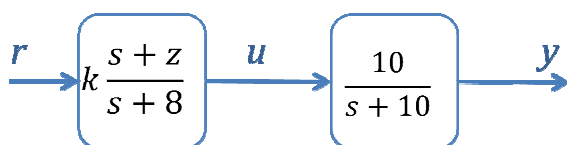
برای یک سامانه مرتبه دوم با قطب‌های ساده، تأثیر اضافه نمودن یک صفر از $-\infty$ تا مبدأ را روی پاسخ پله به کمک شکل‌های مقایسه‌ای تشریح کنید. (به شکل ۲-۹ توجه کنید)



شکل ۲-۹- ترکیب‌های مختلف برای قرار گیری صفر در سامانه مرتبه دوم با قطب‌های ساده؛ تمرین ۲-۱۳

تمرین ۲-۱۴-

در شکل ۲-۱۰ نمایش بلوکی سامانه‌ای را به همراه یک جبران‌ساز حلقه باز ساده - که برای کاهش هرچه ممکن‌تر زمان صعود پاسخ پله به کار رفته است - ملاحظه می‌کنید. u ورودی سیستم اصلی نباید بیشتر از دو برابر r گردد و بهره DC کل نیز 1 باقی می‌ماند. صفر جبران‌ساز را طوری تنظیم کنید که بیشترین کاهش در زمان صعود به وجود آید.



شکل ۲-۱۰- نمایش بلوکی سامانه هدایتی حلقه باز تمرین ۲-۱۴

۲-۳- ارتباط رفتار مانای بهره حلقه با رفتار مانای نتیجه حلقه هدایت

در بررسی رفتار مانای حلقه مهم است بدانیم از منظر کدام ورودی به پاسخ پله می‌نگریم. آیا از منظر y_d یا از منظر یکی از d ها؟! اگر از منظر y_d نگاه می‌کنیم برای ما مهم است که بدانیم آیا مانای پله واحد، واحد است یا چیز دیگری و اگر خطایی باقی می‌ماند، این خطا چقدر است؟ در این مورد اصطلاحاً می‌گوییم «خطای مانای ما به ورودی پله چقدر است؟» به طور مشابه ممکن است بخواهیم بدانیم خطای مانا به ورودی شیب یا سهمی چگونه است؟

باز هم توجه می‌دهم که همهٔ این بحث‌ها زمانی مفهوم می‌یابد که سامانهٔ پایداری داشته باشیم وگرنه همهٔ اینها خطاهای بس بزرگی را به بار خواهند آورد. جالب است بدانید با این فرض

که مراقبت نموده‌ایم این شرط مهم برقرار باشد، دآوری در چگونگی رفتارِ مانایِ حلقه از روی رفتارِ مانایِ بهره حلقه، بسیار ساده است. هر چند چرایی این نتایج ساده، گفتگوی مفصلی را می‌طلبد، ولی به هر حال نتایج نهایی را می‌توان در چند جمله ساده خلاصه نمود. به همین دلیل گفتمانِ طراحی را از همین موضوع، آغاز می‌کنیم و به تفصیل به همین بحث خواهیم پرداخت.

توجه کنید که کلید اصلی در اینجا نیز همچنان در دست همان بحثِ بنیادین است. رفتارِ مانایِ حلقه، دقیقاً به رفتارِ مانایِ بهره حلقه یا همان اقدام علیه خطایِ طراحی شده نهایی باز می‌گردد. دقت کنید که بهره حلقه در واقع همان اقدام علیه خطایی است که رخ می‌دهد. آنچه شما طراحی می‌کنید ظاهراً H است ولی واقعاً GH است.

در فصل پیشین و در رابطه (۷-۱) تابع تبدیل از ورودی خروجی مطلوب (y_d) به خطا (e) را به دست آوردیم:

$$\frac{e}{y_d} = \frac{1}{1+GH} = \frac{1}{1+\text{بهره حلقه}} \quad (2-22)$$

خوب است یک قاعده کلی را با هم مرور کنیم. اگر اقدام علیه خطایِ مانایِ شما به هر ورودی دلخواه، با بهره هر چه بیشتری انجام گیرد، به همان میزان، خطایِ مانایِ کمتری خواهید داشت. بیاید فرض کنید رفتارِ مانایِ شما به ورودیِ پله در بهره حلقه، یک مقدارِ ثابتِ غیر صفر k باشد. در این صورت خطایِ مانایِ حلقه هدایت خواهد شد:

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+k} \{ \text{پله واحد} \} \quad (2-23)$$

اگر یادتان باشد، k را بهره ثابت بهره حلقه می‌گوییم. البته هر قدر این بهره بزرگ‌تر باشد خطای مانا کوچکتر خواهد شد. خوب است همین جا بگوییم که در واقع فرقی ندارد که ورودی را پله یا شیب یا سهمی بگیرید، در هر حالت در رفتار مانای حلقه هدایت، خطای مانایی به صورت زیر خواهید داشت.

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+k} \left\{ \text{مانای ورودی} \right\} \quad (2-24)$$

اگر ورودی، شیب باشد، خطای شما نیز از جنس شیب است ولی ضریب آن همان است که از رابطه (2-24) به دست می‌آید. اگر ورودی، سهمی باشد (یعنی دارای شتاب ثابتی باشد) آنگاه خطا نیز دوباره از همان جنس سهمی است ولی شتاب آن با ضریب بالا تصحیح خواهد شد. پس به طور خلاصه در این حالت جنس خطای مانا از جنس ورودی خواهد ماند.

حال اگر بخواهیم خطای مانای حلقه هدایت، صفر باشد و ما در پاسخ مانای حلقه هدایت مثلاً به ورودی پله، خطایی نداشته باشیم، چه باید بکنیم؟ از قاعده کلی روشن است که لازم است اقدام علیه خطای مانای ما نیز بسیار بسیار بزرگ باشد و این یعنی پاسخ بهره حلقه ما به ورودی پله نباید در مانای خود، یک مقدار ثابت باشد بلکه خوب است مقدار آن با زمان افزایش بیابد و نامتناهی باشد. این یعنی باید یا شیب باشد، یا سهمی یا بالاتر! یعنی باید پاسخ مانای بهره حلقه به ورودی پله، از جنس بینهایت فزاینده‌تر از ثابت باشد، پس باید بهره حلقه، خودش، حداقل یک جمعگر $\frac{1}{s}$ داشته باشد. دقت کنید که وجود این $\frac{1}{s}$ در بهره حلقه، موجب می‌گردد پاسخ پله، فزاینده

با زمان، یعنی بینهایت گردد و به دنبال این باعث می‌شود که در حلقه هدایت خطای مانا به ورودی پله، صفر گردد.

برای درک بهتر به عبارت (۲-۲۵) که در حالت کاملاً کلی، رفتار مانای بهره حلقه را به رفتار مانای حلقه هدایت مرتبط می‌کند، دقت کنید:

$$\{\text{خطای مانا}\} = \frac{1}{\text{مانای بهره حلقه} + 1} \{\text{مانای ورودی}\} \quad (2-25)$$

حال فرض‌های بالا را برای بررسی خطای مانای شیب جایگذاری می‌کنیم:

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+k} \{\text{ثابت } 1\} \quad (2-26)$$

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{k} \{\text{ثابت } 1\} \rightarrow 0 \quad (2-27)$$

یا

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+kt} (1)_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \text{خطای مانا} = \frac{1}{kt} (1)_{t \rightarrow \infty} = 0 \quad (2-28)$$

بیاید در همین حال ببینیم برای ورودی شیب واحد، خطای مانا چه خواهد شد:

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+k} \{\text{فزاینده با شیب } 1\} \rightarrow \quad (2-29)$$

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{k} \left\{ \text{فزاینده با شیب 1} \right\} = \frac{1}{k} \text{ ثابت} \quad (30-2)$$

یا

$$\text{خطای مانا} = \frac{1}{1+kt} (t)_{t \rightarrow \infty} = \frac{1}{kt} (t)_{t \rightarrow \infty} = \frac{1}{k} \quad (31-2)$$

ملاحظه می کنید که هر چند در اینجا خطای مانا به ورودی شیب صفر نشد ولی از جنس شیب نیز نیست، بلکه از جنس ثابت به دست آمد. یعنی با این کار خطای مانا یک مرتبه از جنس ورودی کمتر شد. گویی حضور یک $\frac{1}{s}$ فقط یک مرتبه از این جنس ورودی را کاهش داد و نتوانست همه جنس شیب یعنی $\left\{ \frac{1}{s} \right\}^2$ را در اقدام علیه خطا، نابود کند. درست است که پاسخ بهره حلقه به شیب، حالا سهمی وار است و بینهایت برابر آن است ولی این پاسخ فقط از مرتبه یک بار بینهایت است. این بینهایت برابری یک مرتبه ای موجب می شود فقط یک مرتبه از خطای جنس شیب کاسته و خطا از جنس ثابت شود. یعنی توجه کنید که درست است که تابع تبدیل در حالت مانا به سمت صفر میل می کند ولی اگر ورودی به این تابع تبدیل، خود، بینهایت باشد حالا مرتبه ها مهم می شود و این مرتبه های نسبی صفر و بینهایت تکلیف خطا را مشخص می کنند.

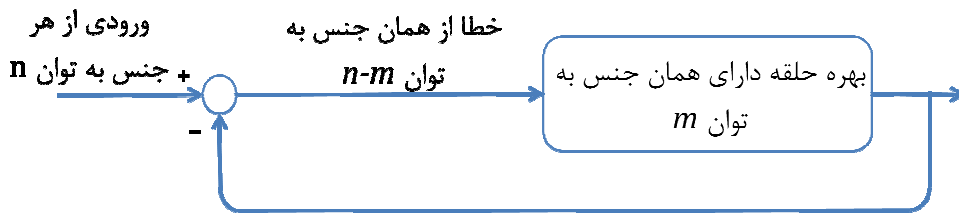
به همین موضوع از وجه دیگری نیز می توان پرداخت. دوباره یادآوری می کنیم که اقدام علیه خطا باید خروجی را درست کند. هنگامی که در حالت مانا بهره حلقه فقط برابر با k هست، خروجی مانا و خطای مانا هم مرتبه اند و فقط یک بهره تنها تفاوت دارند.

ولی هنگامی که بهره حلقه در مانا $\left(\frac{k}{s}\right)_{s \rightarrow 0}$ یا $(kt)_{t \rightarrow \infty}$ است، پس خروجی مانا همواره از خطای مانا یک مرتبه بینهایت، بالاتر است. لذا خروجی مانای ثابت با خطای مانا صفر همراه است. اگر قرار بر خروجی مانا شیب باشد خطای مانا نیز باید ثابت باشد و صفر نمی‌شود. به همین ترتیب اگر خروجی سهمی باشد لزوماً با خطای مانای شیب همراه است. (البته در تمامی موارد بالا آن نسبت k نیز بین خطا و خروجی برقرار است که تأکید ما روی آن نبود).

آنچه مشاهده می‌شود ناشی از یک قاعده بسیار ساده ولی کلی است:

خطای مانای حلقه هدایت برای ورودی تزریقی از هر جنسی (به شکل ۲-۱۱ توجه کنید)، اولاً به تعدادی که از همین جنس در بهره حلقه باشد، کاهش رتبه می‌یابد. ثانیاً ضریب بهره آن در صورت عدم کاهش رتبه، $\frac{1}{1+k}$ و در صورت کاهش رتبه، $\frac{1}{k}$ است (k ضریب آن جنس در بهره حلقه می‌باشد). توجه کنید که وقتی کاهش رتبه داریم، عدد I در مخرج، در مقابل بهره حلقه بینهایت، اثری ندارد. ولی اگر کاهش رتبه نداشته باشیم بهره حلقه، بینهایت نیست و لذا عدد I باقی می‌ماند.

برای ورودی‌های از جنس پله و شیب و سهمی، ضریب k ، همان بهره ثابت است. برای یافتن این ضریب برای ورودی‌های با هر جنس دلخواه دیگر، کافی است ابتدا جنس موجود در بهره حلقه را حذف کنید و سپس قطب این جنس را به جای s در تابع تبدیل قرار دهید. عدد به دست آمده همان k است.



شکل ۱۱-۲ - خطای مانای حلقه هدایت برای ورودی تزریقی از هر جنسی به تعدادی که از همین جنس در بهره حلقه باشد، کاهش رتبه می‌یابد.

این نتیجه بسیار بسیار فراگیر است. برای درک این فراگیری لازم است تمرین‌های زیر را به خوبی حل کنید.

تمرین ۱۵-۲ -

فرض کنید سامانه حلقه هدایت، (یعنی سامانه تحت هدایت و کنترل کننده روی هم) به

$$\text{صورت } \frac{5}{(s+2)} \text{ معرفی شده است.}$$

الف - تحقیق کنید که حلقه هدایت پایدار است.

ب - خطای حلقه به ورودی خروجی مطلوب پله واحد را بیابید. پاسخ خود را با

شبیه‌سازی در محیط *simulink* محک بزنید.

ج - همین را برای شیب ۲ و سهمی با شتاب ۳ نیز اجرا کنید.

د - همه آنچه در بالا گذشت را برای ورودی d_1 دوباره اجرا کنید و اثر مانای آن را روی

خروجی بررسی کنید.

تمرین ۲-۱۶-

به سامانه هدایتی تمرین ۲-۱۵، سامانه $\frac{4}{s}$ را در حلقه هدایت اضافه می‌کنیم. حالا برای شرایط جدید همه مراحل تمرین قبل را اجرا کنید.

تمرین ۲-۱۷-

در یک تقویت‌کننده عملیاتی قدرت، سامانه تحت هدایت را می‌توان با الگوی ریاضی

$$\frac{100}{s+100}$$

بیان نمود.

الف - جبران‌سازی ساده‌ای را به صورت یک بهره تنها به عنوان اقدام علیه خطا به کار می‌بریم. بهره را 1 بگیرید. خطای مانا برای یک ورودی خروجی مطلوب سینوسی با فرکانس $1 \frac{Rad}{s}$ چقدر خواهد شد؟

ب - برای اینکه به چنین ورودی‌ای، خطای مانا صفر گردد، چه عبارتی حتماً باید در جبران‌ساز گذاشته شود؟

ج - سعی کنید چنین جبران‌سازی را به گونه‌ای ارائه کنید که شرط پایداری حلقه را نیز ارضا کند. راهنمایی: صفر یا صفرهایی در جبران‌ساز تعبیه کنید تا از ناپایداری حلقه جلوگیری کنند.

د - همه نتایج بالا را در *simulink* تجربه کنید.

تمرین ۲-۱۸-

این بار می‌خواهیم در همان سامانه تحت هدایتِ تمرین ۲-۱۷، ورودی $\frac{1}{s-1}$ بدون خطا دنبال گردد. طراحی مناسبی برای جبران‌سازی ارائه کنید.

تمرین ۲-۱۹-

موتور جریان مستقیمی را (که تابع تبدیل از ورودی ولتاژ تا سرعتِ دورانِ محورش به صورت یک سامانه مرتبه اول $\frac{10}{s+10}$ و اغتشاشاتِ d مدل می‌شود) در نظر بگیرید. برای هدایتِ سرعتِ دوران، از حلقه هدایتی استفاده شده است. ابتدا به صورت یک بهره تنهای 5، علیه خطا اقدام می‌شود.

الف - برای رسیدن به یک سرعتِ ثابت، خطای مانا چگونه می‌شود؟

ب - برای رسیدن به یک سرعتِ فزاینده با شیبِ ثابتِ واحد، چه طور؟

ج - برای اینکه خطای مانا در الف صفر گردد تدبیری بیاندیشید.

د - برای قسمت ب نیز چنین کنید.

ه - از منظر هر یک از اغتشاشاتِ d_1 ، d_2 ، داستان چگونه است؟ سعی کنید به خوبی

تحلیل کنید که اگر هر یک از این اغتشاشات، مثلاً پله باشد، چه می‌شود و یا مثلاً شیب باشد چه؟

تمرین ۲-۲۰-

در ادامه تمرین قبل اگر بخواهیم محور را در زاویه‌ای هدایت کنیم، دیگر نباید خروجی را سرعت گرفت بلکه باید خروجی را زاویه محور - که به بیان ریاضی یک جمعگر بعد از سرعت آن می‌شود - قرار داد!

الف - الگوی ورودی - خروجی را در این سامانه بیان کنید.

ب - خطای مانا برای رسیدن به یک زاویه مشخص ثابت، با یک بهره تنها در اقدام علیه خطا، چگونه می‌شود؟

ج - اگر در همین حال، بخواهیم زاویه محور به صورت یک شیب (با سرعت ثابت)، تغییر کند خطای مانا چگونه خواهد شد؟

د - اگر در چنین حلقه هدایتی بخواهیم خطای مانا به ورودی سرعت ثابت نیز صفر گردد، چه باید کرد؟

ه - سعی کنید همه آنچه را در قسمت‌های پیشین انجام دادید در *simulink* تجربه کنید.

۲-۴- ارتباط رفتار گذرای بهره حلقه و رفتار گذرای نتیجه حلقه هدایت

در این قسمت نهایتاً خواهیم دید که آنچه در رفتار گذرای سامانه‌های هدایتی اصلی و اساسی است، سرعت کاهش خطاست. یعنی موضوع اصلی، پرداختن درست به سرعت است. نوسانی شدن از آنجا ناشی می‌گردد که به هنگام و در زمان مناسب به سرعت پرداخته نمی‌شود. در واقع هرچند می‌خواهید سرعت را افزایش دهید ولی چون دیر هنگام و با نوعی عدم جدیت و یا به

زبان دیگر تأخیردار، این اقدام را صورت می‌دهید، اثر آن موجب سرعت مفید در کاهش خطا نمی‌گردد بلکه حتی موجب می‌گردد تا خروجی، خطا و خلاصه همه متغیرها، شروع کنند به نوسان‌های دیرمیرا و یا حتی نوسان‌های نامیرا و یا ناپایدار.

لذا از همین ابتدا توجه می‌دهیم که هر چند ظاهراً در رفتار گذرا، با دو موضوع سرعت و نوسانی شدن برخورد داریم، ولی ذاتاً این دو به هم چسبیده‌اند. تلاش برای بهبود سرعت است که وقتی با نوعی شوخی و دیر هنگامی صورت می‌پذیرد، نوسانی شدن را به وجود می‌آورد. در ادامه به تفصیل به این موضوع پرداخته خواهد شد.

پیش از هر چیز نکته‌ای را باید باز کنیم و گوشزد نماییم که تاکنون به آن نپرداخته‌ایم. وقتی در فصل اول، موضوع G^{-1} را در جبران‌کننده پیش کشیدیم، فرض را بر آن گذاشتیم که امکان ساختن آن را داریم و در آنجا گفته نشد که آیا چنین چیزی اساساً ممکن است؟!

پاسخ صریح این است که چنانچه به زمان تسلط نداشته باشیم (که عموماً فرض ما چنین است)، ساختن G^{-1} ممکن نیست. معمولاً اینگونه است که ما خطایی را که در این لحظه داریم می‌خواهیم در لحظه بعد جبران کنیم. همین موضوع است که مفهوم سرعت جبران را مطرح می‌کند. توجه کنید، اگر ما خطای هم‌اکنون را داریم، چگونه ممکن است هم‌اکنون بتوان آن را آنی و بدون درنگ تغییر داد؟! دقت کنید مثلاً می‌گوییم خطای کنونی 2 است! خوب! اگر می‌گوییم هم‌اکنون خطای کنونی را 1 کردم، یعنی آن گزاره قبلی که گفته بودیم خطا برابر با 2 است نادرست است و این دو در تناقضند! بالاخره خطای کنونی یا 2 است یا 1؟! پس یا می‌توانیم زمان

را نگاه داریم و این تغییرات را اعمال کنیم - این به زبان ریاضی یعنی سرعتِ تغییر دادن بینهایت است - و یا یک جای کار اشکال دارد.

ما ناچار با مفهومی به نام «سرعتِ کاهشِ خطا» مواجهیم. چرا که نمی‌توان خروجی هم‌اکنون را تغییر داد؛ بلکه در بهترین و بی‌واسطه‌ترین حالت، خروجیِ زمانِ آتی را می‌توان تصحیح کرد. چون با فرضِ پیوسته بودن زمان، سخن از زمانِ آتی شدنی نیست، در این شرایط همان گونه که می‌دانید از کمیتِ دیگری با نام «سرعتِ تغییر» کمک می‌گیریم.

پس به زبانِ زمانِ پیوسته باید چنین بگوییم: خروجیِ هم‌اکنون را نمی‌توانیم تغییر دهیم و در آرمانی‌ترین حالت، با واسطه‌ای به نامِ سرعتِ خروجی به آن دسترسی داریم. تازه باید گوشزد کنیم اینکه بتوان مستقیماً به سرعتِ کاهشِ خطا دسترسی داشت آرمانی‌ترین وضعیت است. در زمانِ گسسته، این آرمان، یعنی شما هم‌اکنون بدون هیچ واسطهٔ دیگری می‌توانید برای خروجی بعدی تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی کنید و امیدوار باشید که این کارِ شما خطا را در گام بعدی کاهش دهد. آرمانی بودن یعنی از این بی‌واسطه‌تر ممکن نیست. در زمانِ پیوسته (به دلیل ریاضیاتی که توسعه داده شده است) از این اثرگذاری آرمانی، تعبیر می‌شود به اثرگذاری روی سرعتِ خروجی (بر اساس خطایِ کنونی که به نحوی اندازه‌گیری شده است) و در زمانِ گسسته هم آن را اثرگذاری روی خروجیِ بعدی (بر اساس خطایِ کنونی) می‌گویند.

مثال ۲-۳-

یک نمونه پراستفاده‌ای که در آن، شما به سرعت خروجی، دسترسی دارید و می‌توانید از طریق آن علیه خطا اقدام کنید، عبارتست از پر کردن یک مخزن یا ظرف آب، تا ارتفاعی که شما هدایت می‌کنید. چنین سامانه‌هایی در سامانه‌های خودکار فیزیکی اولیه که مهندسين قدیم می‌ساخته‌اند، بسیار مطرح بوده است. هم‌اکنون نیز در سردکن‌های آبی در پایتخت کشورمان و در بسیاری از نواحی گرم و خشک به وفور، از چنین سامانه‌ای بهره می‌بریم. این سردکن‌ها نیاز به یک مخزن آب دائمی دارند که باید تا ارتفاعی پر نگاه داشته شود. به این ترتیب در این سامانه‌ها ارتفاع آب مخزن را باید خروجی مورد نظر در نظر گرفت. خروجی مطلوب نیز یک ارتفاع مشخص است. باید خروجی به مقدار مطلوب برسد و در آنجا نگاه داشته شود. ما شیر آبی داریم که می‌توانیم به وسیله آن به مخزن، آب اضافه کنیم.

حال سعی کنیم ببینیم، کم و زیاد کردن این شیر چه ربطی به ارتفاع آب دارد. این کار یعنی شناسایی سامانه‌ای که می‌خواهد تحت هدایت قرار گیرد. با زیاد و کم کردن شیر، در واقع، سرعت حجم آب ورودی به مخزن را کم و زیاد می‌کنیم. اگر این سرعت حجم آب ورودی را u و مساحت سطح مخزن را A بگیریم، پس ارتفاع آب یعنی h در مخزن خواهد شد:

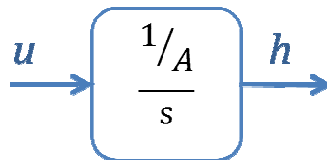
$$h = \frac{1}{A} \int u dt \quad (۲-۳۲)$$

یا به عبارت دیگر

$$h = \frac{1}{As} u \text{ یا } s \cdot h = \frac{1}{A} u \text{ یا } \dot{h} = \frac{1}{A} u \quad (۲-۳۳)$$

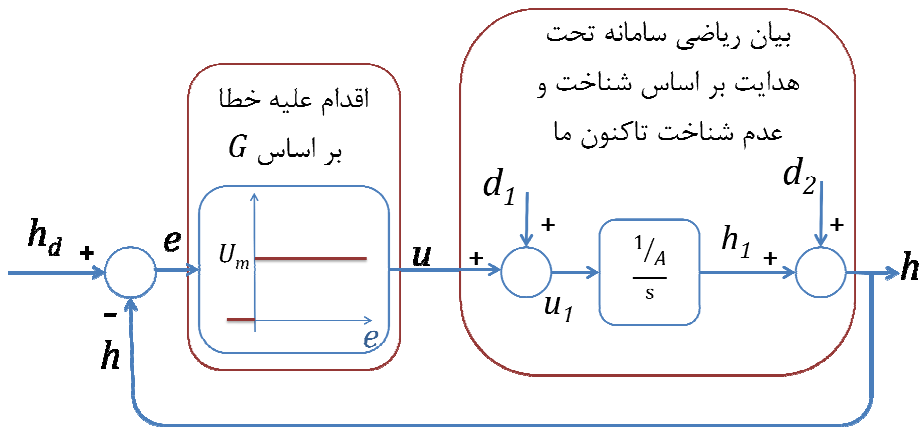
نتیجه این شناسایی از سامانه به صورت نمایش بلوکی در شکل ۲-۱۲ نشان داده شده

است:



شکل ۲-۱۲- نمایش بلوکی از بیان ریاضی سامانه مخزن آب

به این ترتیب به نظر می‌رسد ما می‌توانیم سرعتِ اقدام علیه خطا، یعنی سرعت اقدام علیه کم شدن سطح آب را تعیین کنیم. اگر می‌خواهیم این سرعت حداکثر گردد، بهترین کار این است که با حداکثر سرعتِ ممکن، مقابله با خطا را وارد کنیم. این یعنی اگر دیدیم خطا مثبت است یعنی خروجی کم است، باید با حداکثر سرعت آن را زیاد نماییم. یعنی شیر را ناگهان تا آخر باز کنیم. البته به طور معکوس، به محض اینکه خطا بخواهد صفر یا منفی شود لازم است فوراً شیر را کاملاً قطع کنیم. این تصمیمات را شما هم هر بار که می‌خواهید با سرعتِ هر چه بیشتر مثلاً یک ظرف آب را پر کنید، به کار می‌گیرید. شیر را تا آخر باز می‌کنید و ملاحظه می‌کنید، همین که ظرف پر از آب شد، فوراً شیر را می‌بندید. این یک سیاستِ هدایتی است که شما به کار می‌گیرید. در واقع شما دارید با سرعتِ هر چه تمام، علیه خطا اقدام می‌کنید و کاملاً هم موفق هستید. در شکل ۲-۱۳، نمایش بلوکی این سیاستِ هدایتی را آورده‌ایم.



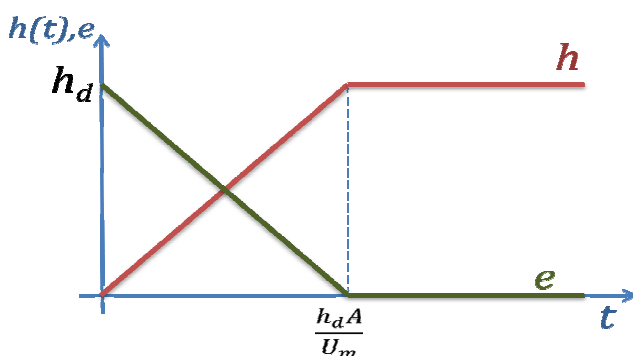
شکل ۲-۱۳- سامانه هدایتی برای کنترل سطح آب مخزن با کنترل غیر خطی

بیاپید نتیجه این سیاست را به لحاظ ریاضی ببینیم چه می‌شود. می‌توان این نمایش بلوکی را در *simulink* عیناً وارد نمود تا روند کار را به لحاظ عددی به دست آورد و به نمایش گذارد. اما این شرایط چندان مشکل نیستند که نتوان با دست و به صورت تحلیلی حل نمود.

مثلاً ارتفاع مطلوب را مقدار ثابت h_d فرض می‌کنیم. حال اگر از شرایط خالی شروع کنیم، یعنی $h(0) = 0$ ، ابتدا خطا مثبت است و اقدام ما که با حداکثر سرعت U_m است، تا خطا صفر یا منفی نشود هرگز تغییر نمی‌کند، پس به سادگی برای خروجی و خطا داریم:

$$\begin{cases} h < h_d, & u(t) = U_m, & h(t) = \frac{U_m}{A} t \\ h = h_d, & u(t) = 0, & h(t) = h_d \end{cases} \quad (2-34)$$

چگونگی تغییرات هم برای این دو در شکل ۲-۱۴ آمده است.



شکل ۲-۱۴- پاسخ پله سامانه هدایتی شکل ۲-۱۳؛ خروجی با شیب ثابت افزایش می‌یابد تا به مقدار مطلوب برسد و در آن باقی بماند. به همین ترتیب خطا نیز با شیب ثابت کاهش می‌یابد و صفر می‌شود.

در این مثال به چند نکته دقت کنید:

- اقدام علیه خطای طراحی شده بالا، متناسب با خطا نیست چراکه مثلاً با کاهش خطا به هیچ‌وجه این اقدام تغییری نمی‌کند. این نوع سامانه‌های هدایتی را، همانگونه که آموخته‌اید، غیرخطی نامیده‌ایم. این سامانه هدایتی ویژه را اصطلاحاً روشن - خاموش (on-off) می‌گویند.
- برای رسیدن به حداکثر سرعت در حلقه هدایت، از اعمال حداکثر سرعت به بهره حلقه سود جسته‌ایم. گویی این یک قاعده کلی است که اگر می‌خواهیم به بیشترین سرعت در حلقه هدایت دست یابیم، باید با بیشترین سرعت علیه خطا اقدام کنیم!
- تحلیل سامانه‌های غیر خطی، همواره به این سادگی که در بالا دیدید نیستند.
- ضمناً ریاضیات ما آنقدر پیش نرفته است که بتواند مفهوم بسیار زیبا و فراگیر تابع تبدیل را برای سامانه‌های غیرخطی نیز به زیبایی و سادگی خطی ارائه دهد. دقت کنید ما در اینجا خروجی و خطا را فقط برای یک نوع خاصی از ورودی، تحلیل نمودیم، درحالی که

وقتی بتوانیم سامانه را با تابع تبدیل بیان کنیم، هیچ مجهولی درباره انواع ورودی‌های ممکن نخواهیم داشت.

- آنچه در نکته پیش به آن اشاره شد دلیل خوبی است که در ادامه، برای همین سامانه یک حلقه هدایت خطی نیز طراحی و تحلیل کنیم.

تمرین ۲-۲۱-

می‌دانید که در سردکن‌های آبی، پمپ کوچکی وجود دارد که از آب موجود در مخزن به پوشال‌ها می‌ریزد. به لحاظ بیان ریاضی یعنی گویی در الگوی ریاضی شکل ۲-۱۲، یک d_1 داریم که با سرعت ثابت کمی در حال کاهش y_1 است تا خروجی واقعی y به دست آید. فرض کنید به h_a رسیده‌ایم و سپس این پمپ شروع به کار می‌کند. بگویید برای h و خطای e چه رخ می‌دهد؟ گفته خود را به صورت ریاضی نشان دهید.

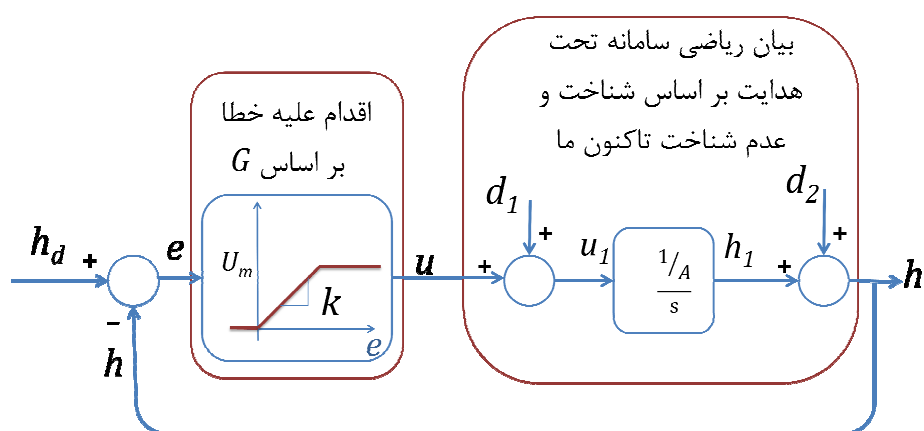
۲-۴-۱- یک طراحی خطی و ارائه یک تابع تبدیل برای سامانه هدایت

سامانه شناور را در سردکن‌های آبی دیده‌اید. این شناورها تا زمانی اجازه می‌دهند آب عبور کند که آب هنوز با مقدار مطلوب فاصله دارد. این یعنی متناسب با خطای کنونی شیر را باز می‌کند. البته هنگامی که خطا صفر می‌شود مانند طراحی غیرخطی بالا، دوباره شیر را می‌بندد. این به لحاظ ریاضی یعنی: $u = k \times e$.

تمرین ۲-۲۲-

این ضریب تناسب مثبت، در ساختار شناور و شیر، به چه چیزهایی بستگی دارد؟ آیا سعی می‌کنید برای یک شیر نوعی که در اختیار دارید این ضریب را به دست آورید! این کار آموزندگی زیادی دارد حتماً در این زمینه تلاش کنید.

نمایش بلوکی حلقه هدایت با شناورهای مرسوم به صورت شکل ۲-۱۵ خواهد بود.



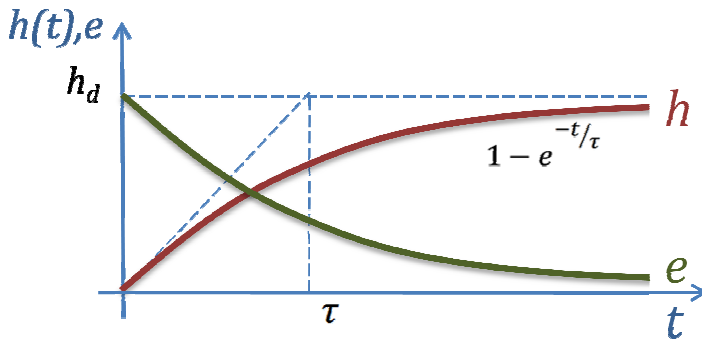
شکل ۲-۱۵- سامانه هدایتی برای کنترل سطح آب مخزن با کنترل خطی

حال به آسانی می‌توانید، برای ناحیه‌ای که هنوز سامانه به مرزهای اشباع خود نرسیده و اصطلاحاً در ناحیه خطی است، تابع تبدیل از خروجی مطلوب (h_d) به خروجی واقعی (h) و همین‌طور به خطا (e) را بیابید:

$$\frac{h}{h_d} = \frac{\frac{k}{As}}{1 + \frac{k}{As}} = \frac{k/A}{s + k/A}, \quad \frac{e}{h_d} = \frac{1}{1 + \frac{k}{As}} = \frac{s}{s + k/A} \quad (2-35)$$

ملاحظه می کنید حاصل به شکل یک سامانه مرتبه اول پایدار با قطب $-\frac{k}{A}$ یا ثابت زمانی $\frac{A}{k}$ در آمد. ببینید به چه سادگی و روانی با انجام محاسبه، رفتار را درباره حاصل کار بیان می کنیم. پایداری، چگونگی پاسخ زمانی به هر ورودی دلخواه و هر مطلوب دیگری! را می توان به سادگی مورد بررسی قرار داد. همین است که ما به خطی بودن سامانه ها علاقه مند. پاسخ تابع تبدیل (۳۵-۲) برای یک خروجی مطلوب پله، به صورت تابعی از زمان در رابطه نشان داده شده است. نمودار این پاسخ را نیز در شکل ۱۶-۲ ملاحظه می نمایید.

$$h(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad ; \tau = A/k \quad , \quad e(t) = e^{-t/\tau} \quad , \quad t \geq 0 \quad (۳۶-۲)$$

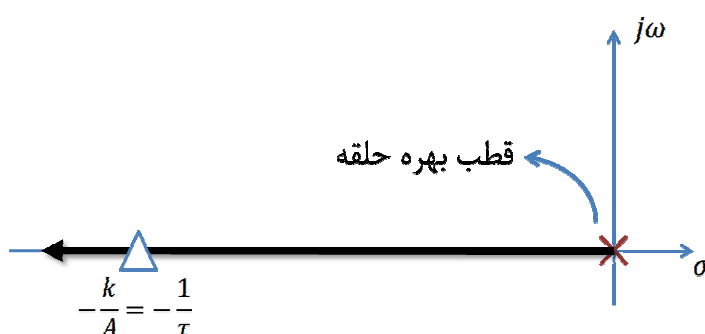


شکل ۱۶-۲- پاسخ پله سامانه هدایتی شکل ۱۵-۲؛ خروجی به صورت نمایی افزایش می یابد تا به مقدار مطلوب نزدیک شود و در آن باقی بماند. به همین ترتیب خطا نیز به صورت نمایی کاهش می یابد و کم کم صفر می شود.

چیزی را که در این طراحی می توان تغییر داد، فقط همان مقدار بهره k است. در شکل

شکل ۱۷-۲ مکان هندسی تک قطب حلقه هدایت را، به ازای تغییر بهره تنهای k جبران سازمان در صفحه مختلط رسم کردیم. خوب دقت کنید که به خوبی می بینیم هر قدر بهره پرش بهره حلقه

یعنی k/A ، زیادتر گردد، قطبِ حلقهٔ هدایت نیز از محور موهومی دورتر می‌شود. یعنی با این کار سرعتِ سامانهٔ هدایت، افزایش می‌یابد، بدون آنکه کوچکترین مشکلی پدید آید و سامانه نوسانی شود. بهرهٔ پرش را «بهرهٔ مکان هندسی قطب‌های حلقهٔ هدایت» یا به اختصار «بهرهٔ مکان هندسی» نیز می‌نامیم.



شکل ۲-۱۷- مکان هندسی قطب حلقه، به ازای افزایش بهره پرش؛ ملاحظه کنید که با افزایش بهره، قطب حلقه به سمت چپ حرکت می‌کند و باعث کاهش ثابت زمانی سامانه و افزایش سرعت آن می‌شود.

۲-۴-۲ مقایسهٔ دو طراحی خطی و غیرخطی

بیایید با کمی حوصله پیش از ادامهٔ گفتگو، این دو نوع طراحی خطی و غیرخطی را

مقایسه کنیم.

- ملاحظه کنید که سرعتِ کل، همان گونه که انتظار می‌رفت، در طراحی غیرخطی بیشتر

است. دلیل آن نیز روشن است. در غیر خطی وقتی خطا کاهش می‌یابد، شما سیاستان را

تغییر نمی‌دهید و میزان اقدامات را علیه خطا کم نمی‌کنید بلکه همواره آن را بیشینه نگاه

می‌دارید.

- در شروع هر دو روش، سرعت پاسخ مانند هم است، چراکه در شروع، هر دو سیاست به سرعتِ بیشینه، فرمان می‌دهند. اما به مرور در سیاستِ خطی مان سرعت کاهش می‌یابد.
- در طراحی غیرخطی پس از یک ثابت زمانی به مقدار نهایی مطلوب می‌رسیم، درحالی که با طراحی خطی، این مطلوب، حدود ۴ ثابت زمانی به طول می‌انجامد.
- اگر d ها به نحوی باعث گردند که سطح آب، کمی کاهش یابد، سامانه غیرخطی ناگهان شیر را باز می‌کند. حتی اگر این کاهش بسیار کم باشد ولی به تکرار صورت پذیرد، این سیاست مرتباً فرمان باز و بسته شدن شیر را صادر خواهد نمود. درحالی که در سیاستِ خطی، این شناور فقط کمی باز و به آرامی نیز بسته خواهد شد.

تمرین ۲-۲۳-

فرض کنید d_2 به صورت یک موج مربعی با دامنه بسیار کم $\frac{h_d}{20}$ و دوره 2 ثابت زمانی، رخ دهد. نتیجه کار را به صورت تحلیلی و سپس با شبیه‌سازی به وسیله *simulink* برای هر دو سیاست، به دست آورید.

- ملاحظه می‌کنید که هر چند در سیاستِ غیرخطی جبران سریع‌تر انجام می‌گیرد ولی شیر به صورتِ نوسانی شدیدی باز و بسته می‌گردد. این اتفاق در عمل باعث فرسوده شدن شیر می‌گردد.

- به لحاظ ریاضی می‌توان گفت در روش خطی بهره اقدام علیه خطا، در سرعت دادن به خروجی نسبت به خود خطا، همواره عددی ثابت است. اگر بخواهیم بهره اقدام علیه خطا را در طراحی غیرخطی نیز به دست آوریم و از آن سخن گوئیم چه باید بگوئیم؟! پاسخ

این است که کافیسست در هر لحظه ببینیم، نسبتِ سرعتی که فرمان می‌دهد به خطای همان لحظه چه قدر است. این نسبت همان ضریبِ متغیری است که گویی در هدایت غیرخطی در حال اعمال است:

$$k(e(t)) = \frac{u_m}{e(t)} = \frac{u_m}{h_d - \frac{u_m}{A}t} = \frac{A}{\tau - t}, \quad t \leq \tau = A h_d / u_m \quad (37-2)$$

- در طراحی خطی مقدار k را طوری در نظر گرفتیم که وقتی خطا برابر h_d است، شیر کاملاً باز گردد، ($e = h_d \rightarrow u = u_m$) لذا $k = \frac{u_m}{h_d}$ خواهد بود. به این ترتیب ثابت زمانی سیاستِ خطی، برابر با τ خواهد شد که در عبارت (۳۷-۲) به دست آمد. به همین دلیل در طراحی غیرخطی نیز ضریبِ بهره‌مورد نظر از همین بهره k خطی شروع می‌گردد، ولی به سمتِ بینهایت میل می‌کند.

- بیایید داستان را برای ورودی‌های ویژه‌ی دیگر بررسی کنیم. به نظر شما برای ورودی شیبِ ثابت چه رخ خواهد داد؟! پاسخ این دو سیاست چه تفاوتی خواهد داشت؟! همان گونه که از بحثِ بخشِ پیشین به یاد داریم، برای سیاستِ خطی، چون یک جمعگرِ خالص در اقدام علیه خطا داریم، پس خروجی با خطایِ ثابتِ $\frac{\text{اندازه شیب}}{k/A}$ شیبِ ثابت را دنبال خواهد نمود. اما آیا در سیاستِ غیرخطی، خروجی شیبِ ثابت را دنبال می‌کند؟! همان گونه که پیشتر اشاره شد، تحلیل‌های غیرخطی به سادگی خطی نیست و واقعاً نمی‌توان به آسانی اظهار نظر کرد که آیا جمعگر موجود که در خود سامانه تحت هدایت قرار دارد به همراه آن ضریبِ بینهایتی که برای خطایِ صفر به وجود می‌آید، می‌تواند موجب

پیروی سامانه از ورودی شیب شود؟! و آیا اگر چنین پیروی صورت گیرد آیا خطای مانا هم در این پیروی باقی می ماند؟ و آیا برای همه ورودی های از جنس شیب چنین رفتاری دیده خواهد شد؟!

- ملاحظه کنید که وقتی غیرخطی می شویم، مسأله واقعاً پیچیده تر و ظریف تر می گردد. انتظار نداشته باشید که بتوان یک روش سرراستی پیدا کرد؛ بلکه لازم است به صورت موردی به موضوع پرداخته شود. به همین دلیل است که در ادامه برای مسئله فوق یک تحلیل موردی ارائه می کنیم. ابتدا توجه می کنیم که وقتی خطایی داریم، برای مقابله، شیب بیشینه را اعمال می کنیم. لذا اگر شیب درخواستی کمتر از شیب بیشینه ما باشد، قاعده‌تاً باید حلقه هدایت بتواند شیب درخواستی را دنبال کند. اما آیا این پیروی با خطای ماناست یا بدون خطا؟! توجه می کنیم که وقتی هنوز خطا باشد سامانه هنوز می تواند از شیب بیشینه خود استفاده کند و خطا را کاهش دهد. پس به نظر می رسد خطای مانا را نیز جبران خواهد نمود. مگر اینکه شیب درخواستی بیش از شیب بیشینه اش باشد، به نظر می رسد در این صورت دیگر حلقه هدایتی نتواند آن را دنبال کند.

تمرین ۲-۲۴-

گفته های بالا را به کمک شبیه سازی محک بنزید و نمایش دهید. کار را برای هر دو

سیاست خطی و غیرخطی اجرا و مقایسه کنید.

- می‌توان گفت آن بهره بینهایتی که در روش غیرخطی برای خطای صفر رخ می‌دهد، مانند یک جمعگر اضافی یا به عبارت بهتر یک بینهایت مرتبه اول دیگر، عمل می‌نماید و خطای مانا به شیب را صفر می‌کند. این موضوع القا می‌کند که شاید این سامانه هدایتی، ورودی سهمی را نیز دنبال کند. البته به خوبی می‌دانیم که این احتمال حتماً تا جایی ممکن است که شیب درخواستی سهمی از شیب بیشینه ممکن بیشتر نگردد.

تمرین ۲-۲۵-

نکته اخیر را به صورت عددی به کمک شبیه‌سازی نشان دهید. ملاحظه کنید که خروجی نه تنها سعی در دنبال نمودن سهمی نموده حتی بدون خطای مانا توانسته است آن را دنبال کند (البته همان طور که حدس می‌زدیم تا جایی که شیب سهمی درخواستی از شیب بیشینه ممکن، بیشتر نشده باشد).

۲-۴-۳- به سوی طراحی برای سامانه‌های پیچیده‌تر

آنچه را در تحلیل‌های بالا دیدیم، هرگز نباید به فراموشی بسپاریم. لذا در اینجا چکیده آنچه را از اهمیت بنیادین برخوردار است با هم مرور می‌کنیم: اگر موفق شوید و سرعت اقدام علیه خطا (یا همان سرعت بهره حلقه) را بیشتر کنید، سرعت حلقه هدایت بیشتر خواهد شد و هیچ رخداد بدی نیز به وجود نمی‌آید. این سرعت، هم در دفع اغتشاشات d و هم در پیروی از خروجی مطلوب y_d صورت می‌پذیرد و در واقع هر دو خواسته ما هم‌زمان برآورده می‌گردد.

دیدیم که به زبان طراحی خطی برای این مهم لازم است متناسب با خطا و هر چه شدیدتر نسبت به اعمال سرعت اقدام علیه خطا فرمان داده شود. خوب دقت کنید که اگر سامانه تحت هدایت، مانند آنچه در مثال ۲-۳ دیدیم، خود به گونه‌ای است که سرعت خروجی را به عنوان ورودی در اختیار شما گذاشته است، فقط کافی است در جبران‌سازی از یک بهره تنها استفاده کنید و کار را پایان برید.

در اینجا به یک موضوع جالب توجه کنید. قبلاً در بحث رفتار مانا نیز دیدیم که وقتی همین بهره را افزایش می‌دهیم در حال بهبود رفتار مانا یا به عبارت ساده‌تر در حال کاهش خطای مانا از مرتبه خاص خودش نیز هستیم. یعنی گویی با یک تیر دو نشان را می‌زنیم. یعنی با اقدام علیه خطای هر چه شدیدتر در سرعت (که اولین چیزی است که می‌تواند در اختیار باشد)، هم‌زمان رفتار گذرا و رفتار مانا را بهبود می‌بخشیم؛ در حالی که این بهبود نیز متناسب با شدت اقدام است. این موضوع دوباره در حال تأکید بر همان اصل اساسی است که قرآن به ما آموخت:

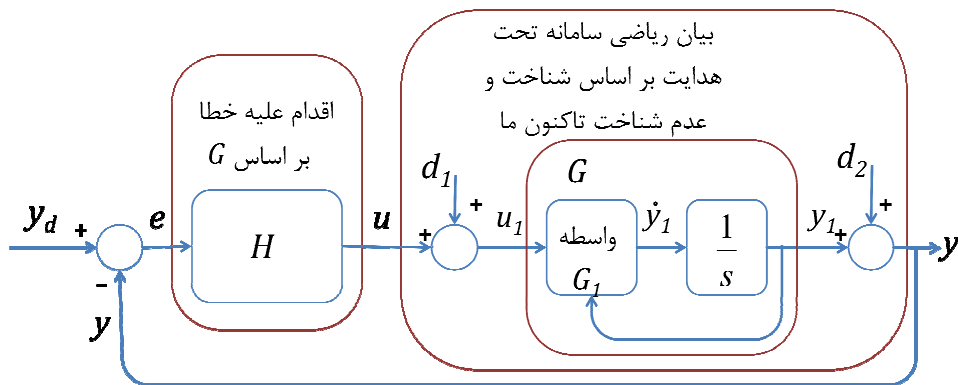
...إِنَّ أَكْرَمَكُمْ عِنْدَ اللَّهِ أَتْقَىٰكُمْ...^۱*

خواهیم دید که همه طراحی‌های دیگری که برای سامانه‌های دیگر پیشنهاد می‌دهیم بر اساس همین اصلی است که در بالا آموختیم. بگذارید منظورم را آشکارا بیان کنم. در همه موارد دیگر، ممکن است سرعت اقدام علیه خطا در اختیارمان نباشد و یا آن را به نوعی با یک واسطه یا یک نقصی و کاستی‌ای در اختیار داشته باشیم. به زبان ریاضی، یعنی u در اختیارم، سرعت اقدام

^۱ سوره حجرات، آیه ۱۳

علیه خطا نیست، بلکه چیز دیگری مثلاً شتاب اقدام علیه خطا است و این یعنی یک واسطه و فاصله افتاده است. شکل ۲-۱۸ این موضوع را به صورت کلی به نمایش گذاشته است.

بعید است در چنین شرایطی، یک بهره تنها مانند k (همان طور که در رابطه با مثال عمل می کرد) بتواند همه آن خوبی ها را یک جا برآورده سازد. همین حقیقت است که نکات و مشکلاتی به بار می آورد و ما را وادار می کند تا تمهیداتی بیاندیشیم.



شکل ۲-۱۸- سامانه هدایتی که در آن مستقیماً به سرعت خروجی ($\dot{y}$) دسترسی نداریم. بلکه واسطه GI بین آنچه در دسترس ماست (u) و سرعت خروجی فاصله انداخته است.

می توان همه این تمهیدات و جزئیاتی را - که در ادامه به آنها خواهیم پرداخت - در یک جمله خلاصه نمود. به نظر شما این جمله چیست؟ به نظر شما هنگامی که سرعت خروجی را در اختیار نداریم چه تمهیدی به کار بریم؟!

ادامه این مطلب را فعلاً نخوانید، خودتان فکر کنید و سعی کنید تا زمانی که پاسخ قانع کننده ای نیافته اید، عبور نکنید.

پاسخ بسیار ساده است. باید سعی کنیم، ابتدا هر چه ممکن است به سرعت خروجی نزدیک‌تر شویم و سپس دوباره از همین بهره هر چه زیادت‌تر استفاده کنیم. یعنی باید فاصله‌مان را از سرعت به گونه‌ای جبران کنیم. سپس ترفند بهره هر چه زیادت‌تر را به کار بریم تا هر دو رفتار گذرا و مانای در سامانه هدایتی‌مان بهبود یابد.

همه ترفندها خلاصه می‌شود به اینکه سعی داریم به سرعت خروجی نزدیک شویم تا بتوانیم از افزایش بهره استفاده کنیم. باید سعی کنیم هر آنچه را باعث شده است بین اختیار ما یعنی u و سرعت خروجی یعنی $\dot{y}$ ، فاصله بیفتد (تا جایی که می‌توانیم) برطرف کنیم تا موفق‌تر باشیم.

روشن است که این برطرف کردن و این ترفندها بسته به چگونگی دور افتادن‌ها، متفاوت خواهد بود و همین است که بحث‌های جزئی متنوعی را ایجاد می‌کند. برای همین است که ما نیز کار را آرام آرام با مثال‌های پیچیده‌تر ادامه می‌دهیم. ولی لازم است ابتدا بگوییم که سیاست کلی هیچ تغییری نمی‌کند. یک سیاست واحدی در کار است و اگر آن را روبروی خود نگه داریم و و بر طبق آن عمل کنیم بحث‌های جزئی ما را خسته نمی‌کند بلکه بسیار ساده و سریع آنها را نیز خواهیم آموخت.

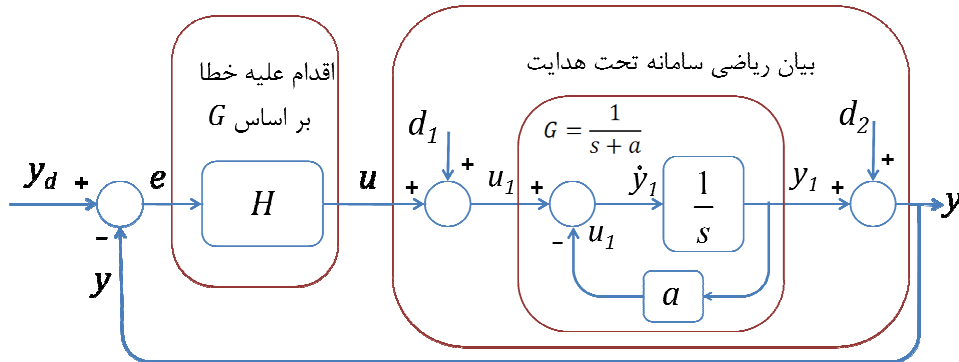
بیایید دوباره یک سامانه مرتبه اول را ولی این بار با یک قطب پایدار در نظر بگیریم. این مثال نیز از پرکاربردترین الگوهای ریاضی است چراکه سامانه‌های بسیاری هستند که الگوی ریاضی آنها به این شکل درمی‌آید. در واقع این حالت وقتی پیش می‌آید که شما سرعت چیزی را ظاهراً در اختیار داشته باشید ولی به محض سرعت دادن و افزایش آن چیز، متناسب با همین

افزایش، مقابله‌ای نیز با شما صورت می‌پذیرد و در ادامه مجبور می‌شوید برای افزایش بیشتر، ورودی بیشتری خرج کنید. به گونه‌ای که اگر خرج اضافه را انجام ندهید، سرعت به صفر میل می‌کند و خروجی شما ثابت می‌ماند، درحالی که شما ورودی را قطع نکرده‌اید. پس سرعتی که در آن ابتدا داده‌اید واقعاً به طور خالص موجب سرعت یافتن خروجی می‌شود؛ ولی با افزایشی که در آن خروجی به وجود می‌آید، عاملی شروع به فعالیت می‌نماید و از سرعت واقعی خروجی می‌کاهد. هرگاه این کاهش متناسب با همان خروجی باشد، نتیجه یک سامانه مرتبه اول خطی است. این ضریب متناسب با عامل مقاوم موجود در سامانه، جای قطب پایدار را مشخص می‌کند.

مثال ۲-۴-

به عنوان یک نمونه بسیار ساده، هواپیمایی را که به صورت مستقیم در حرکت است در نظر بگیرید. نیروی پیشران هواپیما دست خلبان است و می‌تواند فرمان دهد. (یا به طور مشابه، می‌توان مثالی را با گاز خودرویی که شما می‌رانید و سرعتی که پیدا می‌کند بیان داشت). در چنین مواردی درست است که به سرعتِ سرعتِ وسیله (توجه کنید که در اینجا خروجی را سرعت وسیله گرفته‌ایم و لذا سرعتِ سرعت، همان چیزی است که لازم است تا به آن دسترسی داشته باشیم) به نوعی دسترسی دارید ولی این دسترسی شما خالص نیست. نیروی مقاومی (نیروی پسا) هم با نیروی شما مقابله می‌کند، هر قدر هم که سرعت بیشتر می‌شود نیروی پسا هم بیشتر می‌شود. پس دقت کنید که در این مثال نیروی پیشران در اختیار شماست، ولی نیروی مقاوم پسا نیز ظاهر می‌گردد که در دست شما نیست. در شکل ۲-۱۹ نمایش بلوکی چنین سامانه‌ای آورده شده است.

اگر هوا نباشد مثلاً در فضا یا در خلأ، دیگر این نیرو وجود ندارد و لذا مانند مثال ۲-۳ به بیان ریاضی می‌توان گفت که شما مستقیماً و خالص به سرعت خروجی دسترسی داشتید.



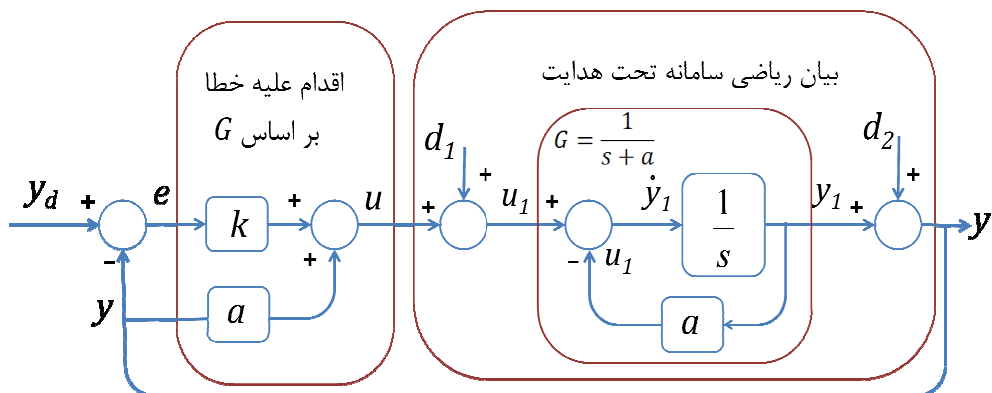
شکل ۲-۱۹- سامانه هدایتی برای کنترل سرعت یک وسیله نقلیه؛ در این سامانه هر چند به سرعت خروجی ($\dot{y}$) دسترسی داریم ولی یک عامل دیگر هم در ساخت آن مشارکت می‌کند، این عامل به صورت a برابر خروجی در تعیین سرعت آن نقش دارد.

توجه کنید و مراقب باشید که در این مثال، خروجی مفروض ما - که می‌خواهیم آن را هدایت کنیم - سرعت وسیله است. لذا شتابی که ما توسط موتور پشیران اعمال می‌کنیم، سرعت این خروجی یعنی سرعت سرعت را متأثر می‌کند. یعنی مثلاً سرعت وسیله را می‌خواهیم به مقدار معینی برسانیم و در آنجا نگه داریم. حتی مثلاً ممکن است بخواهیم سرعت را با شیبی زیاد کنیم و غیره. لذا برای سرعت حسگری گذاشته‌ایم و سرعت را دائماً اندازه‌گیری و بازخور می‌کنیم. یعنی تقوای سرعت مد نظر است. ما خروجی را در این مثال، مکان وسیله نگرفته‌ایم و نمی‌خواهیم جای وسیله را اندازه‌گیری و بازخور کنیم. یعنی تقوای جای وسیله، مد نظر نیست. در شکل ۲-۱۹ چنین سامانه‌ای را در حلقه هدایت ملاحظه می‌کنید.

همان گونه که از مقدمات بالا روشن است در چنین سامانه‌ای این گونه نیست که ما به سرعت اقدام علیه خطا دسترسی نداشته باشیم، بلکه به آن دسترسی مستقیم داریم و واسطه‌ای هم در کار نیست! تنها تفاوتی که به وجود آمده این است که به محض دخالت ما در این سرعت، عامل دیگری نیز در آن دخالت می‌کند. یکی از ساده‌ترین راه‌هایی که به ذهن متبادر می‌شود این است که خوب است اقدامی نیز علیه این دخالت داشته باشیم و آن را خنثی کنیم و هم‌زمان همان سیاست پیشین را اعمال نماییم. برای این منظور با فرض صفر بودن d ها می‌توان سامانه را به لحاظ ریاضی به این صورت نمایش داد:

$$u = ay + ke \quad (۳۸-۲)$$

نمایش بلوکی و مکان هندسی قطب حلقه به ازای تغییرات k نیز برای این سامانه به ترتیب در شکل ۲۰-۲ و شکل ۲۱-۲ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲۰- سامانه هدایتی شکل ۲-۱۹؛ در این سامانه اقدام علیه عامل a صورت می‌گیرد. به صورت هم‌زمان هم با افزایش بهره سعی می‌شود در مقابل خطای به وجود آمده (e) مقابله صورت گیرد.



شکل ۲-۲۱- مکان هندسی قطب حلقه، به ازای افزایش بهره پرش؛ ملاحظه کنید که با افزایش بهره، قطب حلقه به سمت چپ حرکت می‌کند و باعث کاهش ثابت زمانی سامانه و افزایش سرعت آن می‌شود.

چنانچه خوب دقت کنید در این روش از خروجی به تنهایی نیز در تصمیم‌سازی استفاده شده است. وجود خروجی در تصمیم‌سازی را می‌توان به گونه دیگری نیز تعبیر نمود، چراکه به جای y می‌توان $e - y_d$ نیز گذاشت و آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$u = ay_d + (k - a)e \quad (2-39)$$

به این ترتیب می‌توان گفت که گویی از ورودی مرجع به تنهایی هم، در تصمیم‌سازی استفاده شده است. پس از هر رو که به مسأله بنگرید، از چیزی به غیر خطا نیز در تصمیم‌سازی استفاده شده است و این همان دانشی است که از سامانه تحت هدایت در اختیار است. این گونه جبران‌سازی بدون در نظر گرفتن اثر d ها به نظر کارا می‌رسد.

اما بیایید ببینیم، بود و نبود این قسمت از جبران‌سازی چه تأثیری روی کار هدایتی ما دارد. برای این منظور تمرین زیر را کاملاً حل کنید.

تمرین ۲-۲۶-

برای سامانه هدایتی نشان داده شده در شکل ۲-۱۹ فقط جبران سازی $u = ke$ را به کار برید. سپس:

الف - تابع تبدیل حلقه را به دست آورید و مکان هندسی قطب حلقه را به ازای تغییرات k رسم کنید.

ب - خطای مانای حلقه را نیز با آنچه با جبران سازی نشان داده شده در شکل ۲-۲۰ به دست آمد، مقایسه کنید

ج - حساسیت خطای مانای دو جبران سازی را نسبت به تغییرات a به دست آورید و مقایسه کنید.

چنانچه خوب دقت کنید، بود و نبود جبران سازی ay_a تقریباً هیچ تأثیری در رفتار گذرا ندارد و تنها مقدار $\frac{a}{k-a}$ از سرعتی که می توان به دست آورد، کاسته خواهد شد. در عوض، گویی کاری می کنیم تا خطای مانا برای ورودی پله صفر گردد و گرنه با خطای مانای $\frac{1}{1+k/a}$ مواجه ایم. خوب! ظاهراً چنین است ولی واقعیت این است که این جبران سازی خطا به شدت منوط به شناخت واقعی ما از ضریب a است. اگر واقعاً از این ضریب، شناخت درست و قابل اعتمادی در دست باشد، این روش می تواند تا حدودی خطای مانا را جبران کند. ولی اگر چنین نباشد، این کمک رخ نمی دهد و اگر واقعاً علاقه مند خطا را صفر کنیم این روش خوب نیست. بلکه همان گونه که در بررسی خطای مانا دیدیم، حال که سامانه تحت هدایت یک جمعگر خالص ندارد، لازم است در جبران سازی، یک جمعگر خالص اضافه نمود و کار را ادامه داد.

اما به عنوان یک نتیجه‌گیری مهم دیدیم که در این سامانه‌ی مرتبه اول، کمی در دسترسی ما به سرعت اقدام علیه خطا مزاحمت به وجود آمد؛ ولی چون این دسترسی هنوز مستقیم بود و واسطه‌ای در میان نبود، بهره تنهای k در جبران‌سازی، فوق‌العاده کارا بود و تقریباً نسبت به حالتی که اصلاً مزاحمتی نبود، تفاوتی نمی‌کرد و به صورت هم‌زمان هم سرعت‌دهی و هم کاهش خطای مانای بیشتر را موجب گردید. این نتیجه را نباید ساده انگاشت. در ادامه خواهید دید، وقتی این دسترسی مستقیم نباشد این مزیت فوق‌العاده که با یک بهره تنهای k ، هم‌زمان هر دو رفتار گذرا و مانا بهبود می‌یابند از دست می‌رود.

تمرین ۲-۲۷-

در تمرین ۲-۲۶ این بار a را منفی در نظر بگیرید.

الف - روند جبران‌سازی را در این حالت جدید پیگیری و نتیجه حاصل را ارائه کنید. خواهید دید که این بار، بهره k هم سرعت و دقت را بهبود می‌بخشد و هم پیش از هر کاری سامانه حلقه را پایدار می‌کند (درحالی که سامانه تحت هدایت، آشکارا ناپایدار است). این بهره چقدر باید باشد که این مهم حتماً صورت پذیرد؟

ب - نمونه‌ای غیر ریاضی بیابید که تقریباً از این الگوی ریاضی $a < 0$ پیروی

کند.

حال که به انواع سامانه‌های مرتبه اول پرداختیم در ادامه سامانه‌های مرتبه دوم دوم را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این سامانه‌ها، به ناچار بین اختیار ما یعنی u و سرعت اقدام علیه خطا یعنی γ فاصله افتاده است و لذا دسترسی مستقیم را از دست داده‌ایم.

برای اینکه بیانمان صرفاً ریاضی نباشد دوباره به مشاهدات مان برمی‌گردیم تا نمونه‌ای بیابیم و با آن کار را پیش ببریم. در موضوع جابجایی اجسام، این گونه پذیرفته‌ایم که اجسام در تعامل با یکدیگر، مستقیماً شتاب یکدیگر را تحت تأثیر قرار می‌دهند و نه سرعت و نه خود مکان را! یعنی اگر جسمی بخواهد جای جسم دیگری را تغییر دهد، نه تنها جا را مستقیماً در اختیار ندارد بلکه سرعت جا نیز در اختیار او نیست. این جسم فقط می‌تواند سرعت سرعت جا، یعنی اصطلاحاً شتاب جسم دیگر را مستقیماً دست‌کاری کند.

حال اگر شما نیز می‌خواهید از تعامل بین اجسام سود بجوید و جای یکی را تغییر دهید، در بهترین حالت می‌توانید برای تغییر سرعت سرعت جا آن، فرمان دهید. پيشرانۀ یک هواپیما، یک موتور جت یا یک موتور ملخ است. در هر صورت، شما از تعامل اجسام با یک دیگر استفاده می‌کنید تا جسم هواپیما را جابجا کنید. به بیان واضح‌تر ما اجسام را به جان هم می‌اندازیم تا یکی را جابجا کنیم و در این کار جابجایی دیگری برایمان اهمیت ندارد. مثلاً در موتور جت با سوزاندن سوخت آن را با شتاب زیادی به بیرون هواپیما هدایت می‌کنیم، و با این کار باعث می‌شویم همین شتاب در مقابل به هواپیما وارد گردد.

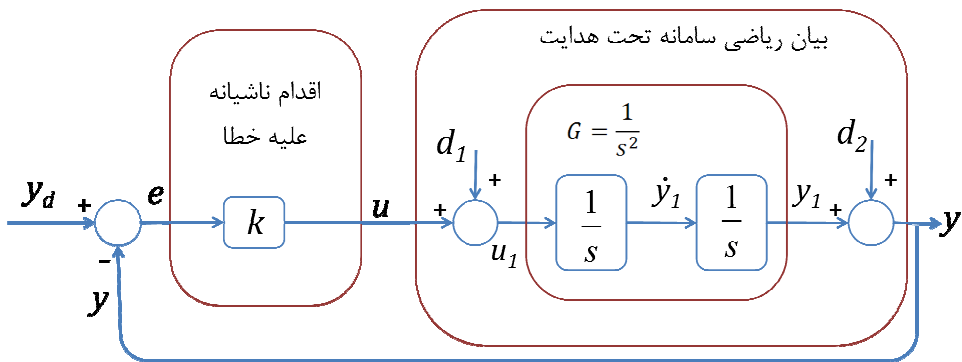
پس اگر ما بدانیم که فرمان شتاب‌دهی به جسمی را در اختیار داریم و بخواهیم در خروجی جای آن را تعیین کنیم، می‌توانیم به بیان ریاضی به صورت زیر بنویسیم:

$$u_1 = \ddot{y}_1 \quad (۴۰-۲)$$

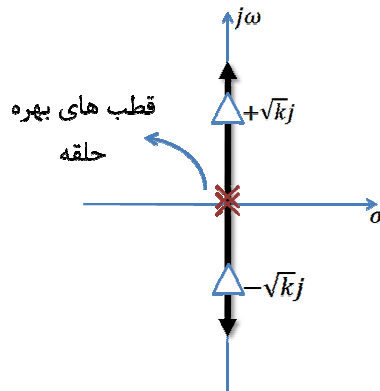
حال بیاید به طور ناشیانه، با اینکه می‌دانیم سرعت، مستقیماً در اختیار نیست، همان بهره تنه‌ای k را در جبران‌سازی استفاده کنیم. در نتیجه چنین سامانه هدایتی‌ای با نمایش جبری به صورت زیر خواهد شد. نمایش بلوکی و نهایتاً مکان هندسی قطب‌های حلقه هدایت این سامانه نیز در شکل ۲۲-۲ و شکل ۲۳-۲ نمایش داده شده است.

$$u = ke = k(y_d - y) \rightarrow \ddot{y} = k(y_d - y) \rightarrow \quad (۴۱-۲)$$

$$\ddot{y} + ky = ky_d \rightarrow \frac{y}{y_d} = \frac{k}{s^2 + k} \quad (۴۲-۲)$$



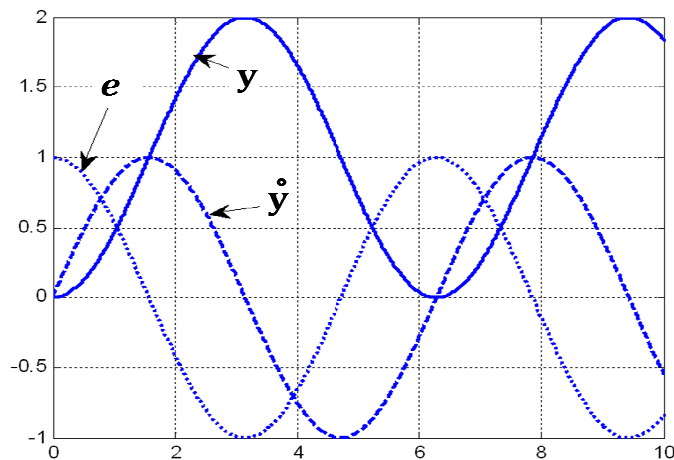
شکل ۲۲-۲- سامانه هدایتی ناشیانه‌ای برای تابع تبدیل $\frac{1}{s^2}$ ترتیب داده شده است؛ هر چند سرعت خروجی در دسترس نیست ولی بدون توجه به این نکته سعی شده است تنها با افزایش بهره با خطا مقابله شود.



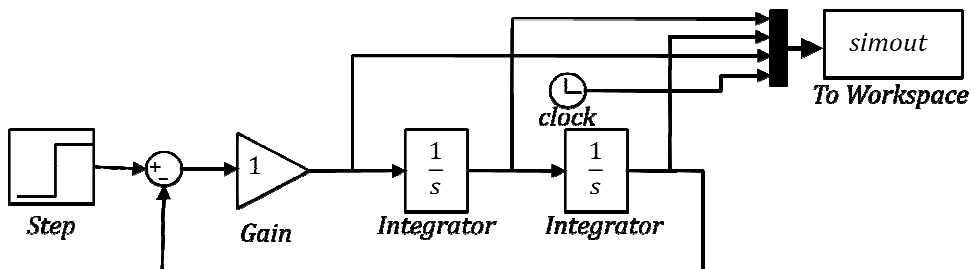
شکل ۲-۲۳- مکان هندسی قطب‌های حلقه سامانه شکل ۲-۲۲ به ازای افزایش بهره پرش

در چنین شرایطی سامانه حلقه هدایت کاملاً نوسانی می‌شود. این موضوع به هیچ‌وجه مطلوب نیست. پر واضح است که ما بی‌درایت به جای افزایش سرعت، شتاب را متناسب با خطا افزایش داده‌ایم. با این کار شتاب اقدام علیه خطا همواره متناسب با خطاست. آنچه رخ داده این است که ما آنچه باید انجام می‌دادیم را با تأخیر و با واسطه انجام داده‌ایم و این تأخیر یعنی شوخی گرفتن کار و عاقبت آن هم نوسانی شدن است. خوب دقت کنید که چه رخ می‌دهد. وقتی فرمان زیاد شدن شتاب داده می‌شود، کمی طول می‌کشد تا این کار، سرعت خوبی علیه خطا ایجاد کند، تا اینکه بالاخره به مقصد نزدیک می‌شویم و به خطای صفر می‌رسیم. حالا باید سریعاً سرعت را کم و صفر کنیم. ولی متأسفانه با فرمان ما، تازه شتاب صفر می‌گردد و هنوز سرعت زیاد است. واضح است که تا بخواهد این سرعت صفر گردد طول می‌کشد. لذا دوباره خطایی درست می‌شود، با این تفاوت که مقدار آن منفی است. دوباره علیه این خطا، شتاب منفی ایجاد می‌کنیم و این یعنی با تأخیر، می‌خواهیم سرعت را مثبت کنیم. چون این اقدام باز با تأخیر انجام می‌شود، این سیر

نوسانی - به صورت دوره‌ای بدون اینکه میرا گردد - ادامه می‌یابد. به شکل ۲-۲۴ که این موضوع را به تصویر کشیده‌است خوب دقت کنید تا همواره به یادتان بماند.



شکل ۲-۲۴- پاسخ پله سامانه هدایتی شکل ۲-۲۲؛ همان طور که ملاحظه می‌شود در نتیجه اقدام صورت گرفته خروجی‌های سامانه اعم از y ، $\dot{y}$ و e کاملاً نوسانی شده‌اند. این منحنی‌ها توسط شبیه‌سازی به دست آمده‌اند.



شکل ۲-۲۵- سامانه هدایتی شکل ۲-۲۲ با بهره ۱ که در شبیه ساز *MATLAB* رسم شده است.

برای اینکه به خوبی درک کنید که نوسانی شدن، به دلیل تأخیر در اقدام علیه سرعتِ خطا اتفاق می‌افتد، کافی است تمرین زیر را خودتان بدون کمکِ دیگری و با تفکر لازم حل کنید.

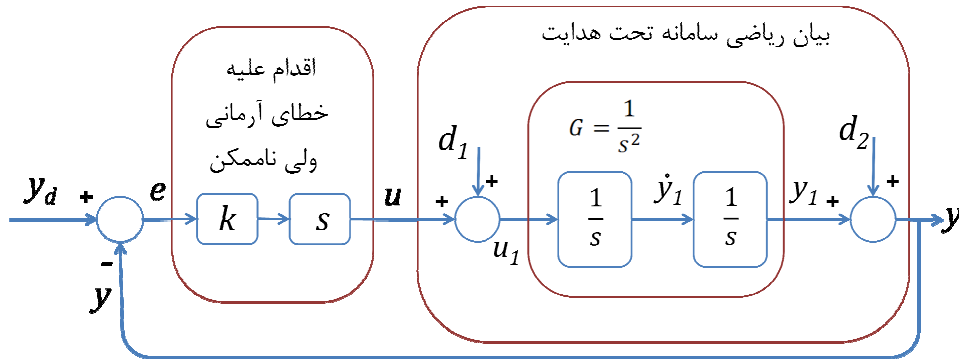
تمرین ۲-۲۸-

سامانهٔ تحت هدایت را جمعگر خالص بگیرید. (مشابهٔ مثال ۲-۳) ولی فرض کنید اقدام علیه سرعتِ خطا به دلیلِ اهمال و سهل‌انگاری با تأخیرِ خالصِ یک واحد زمان، صورت می‌گیرد. به صورت ریاضی نشان دهید برای k ‌های مختلف چه رخ می‌دهد. آیا مقادیری برای k یافت می‌شود که به ازای آنها حلقه پایدار باشد؟

انشاءالله، به خوبی تشریح شد که موضوع اصلی در طراحی حلقهٔ هدایت، چیزی نیست جز جبران تأخیر در اقدام علیه سرعت و سپس به کارگیری بهرهٔ لازم و کافی برای افزایش هر چه بیشتر اقدام علیه خطا! به این ترتیب آماده‌ایم به این جبران‌سازی بپردازیم. کار را با همان مثالِ شتاب (مثال ۲-۴)، ادامه می‌دهیم. خوب! پرسش این است که چه کنیم تا به سرعت دسترسیِ مستقیمی بیابیم؟!

اولین چیزی که به ذهن متبادر می‌گردد این است که خوب است به نحوی بتوان یکی از این جمعگرها را - که در سامانهٔ تحت هدایت وجود دارد - با یک سرعت‌گیر در سامانهٔ جبران‌سازی جبران نمود. به این ترتیب که ابتدا سرعتِ خطا را به دست آوریم و سپس متناسب با این سرعت، و نه متناسب با خودِ خطا اقدام کنیم. شکل ۲-۲۶، این موضوع را به تصویر کشیده است. به زبان

بسیار ساده، گویی s در سامانه جبران‌سازی، یکی از $\frac{1}{s}$ ها در سامانه تحت هدایت را جبران می‌کند و حالا بهره k همان کار بسیار خوب خود را بدون تأخیر به انجام می‌رساند.



شکل ۲-۲۶- سامانه هدایتی آرمانی برای تابع تبدیل $\frac{1}{s^2}$ ؛ در این سامانه برای دسترسی به $\dot{y}$ اثر $\frac{1}{s}$ با استفاده از یک s در بلوک جبران‌ساز حذف شده است.

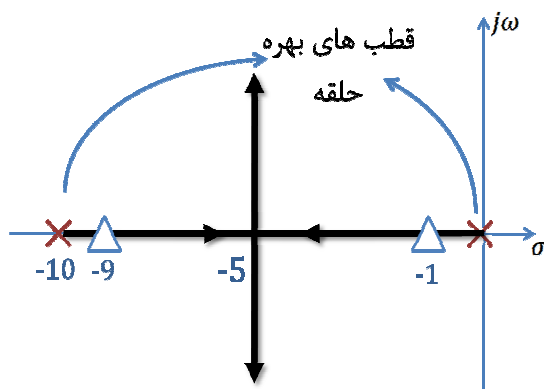
ولی متأسفانه باید بگوییم این زیبایی به این شکل خالصی که به شکل ریاضی می‌بینید در عمل ممکن نیست. چرا که سرعت‌گیری خالص، کاری ناسبیبی است و برای ساخت آن نیاز است که شما به زمان بعدی تسلط داشته باشید. پیشتر گفتیم که چنین فرضی نداریم. از این مهم‌تر، پیشتر در مثال ۱-۲ دیدیم که مجاز نیستیم قطب ناپایدار سامانه تحت هدایت را حذف کنیم. در اینجا حذف قطب ناپایدار در مبدأ، صورت می‌پذیرد که باعث ناپایداری حلقه خواهد شد و لذا اساساً این کار در این مثال، گناهی نابخشودنی است.

برای رفع مشکل ناسبیبی بودن راه حل ساده‌ای به ذهن می‌رسد. کافی است یک قطب، اضافه کنیم تا تابع تبدیل سره و در نتیجه جبران‌سازی، سببی شود. البته با این کار سرعت‌گیری ما نیز کمی تقریبی و ناخالص می‌شود. مثلاً می‌توانیم به جای s از جبران‌سازی $\frac{s}{s+10}$ استفاده کنیم.

اینکه قطب را در -10 گرفته‌ایم نیز باید منطقی داشته باشد. با فرض اینکه می‌خواهیم نهایتاً به سرعتِ حدودِ قطبِ -1 برسیم، و برای آنکه سرعت‌گیری مورد نظر به نسبت قابل قبول باشد، آن قطب را بسیار سریع‌تر از این مقدار گرفته‌ایم. برای درک این منطق لازم است مکان هندسی قطب‌های حلقه را با همین فرض محاسبه کنیم و نتیجه را ببینیم، هر چند می‌دانیم، به دلیل موضوع ناپایداری آن اشکال حذف قطب ناپایدار هنوز موجود است. نگران نباشید آن را نیز با ترفندی دیگر حل خواهیم نمود، ولی فعلاً بیا باید مکان هندسی قطب‌های نتیجه این کار را محاسبه کنیم:

$$1 + \frac{k}{s(s+10)} = 0 \quad \rightarrow \quad (43-2)$$

$$s^2 + 10s + k = 0 \quad \rightarrow \quad s = -5 \pm \sqrt{25 - k} \quad (44-2)$$



شکل ۲-۲۷ مکان هندسی ریشه های معادله $1 + \frac{k}{s(s+10)} = 0$ به ازای افزایش بهره پرش

ملاحظه می کنید که با بهره مکان کل ۹، قطب در مبدأ به -۱ می آید و قطب -۱۰ به -۹ منتقل می گردد. به این ترتیب سرعت پاسخ و رفتار گذرا، تقریباً همان چیزی خواهد بود که از قطب -۱ ناشی شده است که می خواستیم. البته بهره ثابت کل بسیار کم است $\frac{9}{10}$ و باعث خطای مانای $\frac{10}{9}$ در پاسخ به شیب خواهد بود. بگذارید به این موضوع بعداً و سر فرصت، بهتر پردازیم.

خوب! دیدیم که مشکل ناسبی بودن قابل حل است. ولی ممنوعیت حذف قطب در مبدأ را چه کنیم؟! کافی است به جای استفاده از صفر در مبدأ، یک صفر، کمی چپ تر مثلاً در -۱ بگذاریم. یعنی مثلاً تابع تبدیل $\frac{s+1}{s+10}$ را به جای $\frac{s}{s+10}$ استفاده کنیم.

چنین جبران سازی را که دارای یک صفر و قطب است به صورتی که قطب آن دورتر از صفر قرار دارد، «جبران ساز سرعتی» می گوئیم. چراکه سعی دارد سرعت خروجی را در اختیار قرار دهد. یعنی هر چند سرعت دقیق لحظه ای را با استفاده از آن به دست نمی آوریم ولی می توانیم با کمک آن، سرعت متوسط از کمی قبل تاکنون را داشته باشیم. کافیت توجه کنید که:

$$\frac{s}{s+10} = 1 - \frac{10}{s+10} \quad (۴۵-۲)$$

یعنی مقدار فعلی ورودی، منهای مقدار آن در کمی پیش. این همان سرعت متوسط است. همین طور به طور مشابه:

$$\frac{s+1}{s+10} = 1 - \frac{9}{s+10} \quad (۴۶-۲)$$

که از این نظر فرقی چندانی با قبلی ندارد.

(بعدها خواهیم دید که وقتی برعکس، صفر جبران ساز دورتر از قطب باشد، جبران سازی مشابه یک جمعگر خالص عمل می کند و لذا به آن جبران ساز جمعگر گویند.)

درست است که این شبکه (جبران ساز سرعتی)، سرعت خالص را نمی دهد ولی تا حدودی سرعت را می دهد. در شرایطی که ما فقط یک واسطه با سرعت فاصله داریم، استفاده از این شبکه ترفندی است تا این فاصله کم شود و بتوان تا حدودی از مزیت استفاده از بهره بیشتر علیه سرعت خطا، بهره جست و دوباره سرعت و خطای مانای حلقه را به طور هم زمان نسبتاً بهبود بخشید.

به تعبیر هندسی، شبکه سرعتی کمک می کند تا مکان هندسی قطبها به سمت چپ کشیده شود. بدون این شبکه، افزایش بهره باعث می شد که قطبها به سمت نوسانی یا ناپایدار شدن یعنی به سمت موهومی شدن و یا حتی سمت راست رفتن، پیش روند. بهره ای که در آن شرایط به کار می رفت نه تنها باعث بهبود پاسخ نمی شد، باعث تخریب نیز می شد. حالا، همان بهره باعث می شود تا قطبها به جای نوسانی و موهومی یا سمت راستی شدن، به سمت چپ کشیده شوند و لذا سرعت، افزایش یابد. البته حتماً در همین هنگام این بهره خرج شده خطای مانا

را نیز در رتبه خود کاهش می‌دهد. آنچه در جملاتِ اخیر آمد، اساس استفاده از شبکه سرعتی است.

همین‌جا ملاحظه می‌کنید که در طراحی و تحلیل سامانه‌های هدایتی نیاز داریم بدانیم مکان هندسی قطب‌های حلقه هدایت بر اساس ترکیب صفر و قطب‌های بهره حلقه، به ازای بهره‌های مصرفی k چگونه است. درست است که به لحاظ مفهومی، به خوبی دانستیم که چه رخ می‌دهد و چه چیزی باید در سامان‌دهی جبران، دنبال شود ولی برای به دست آوردن دقیق‌تر و هر چه صحیح‌تر جای صفر و قطب جبران‌ساز سرعتی و یا هر جبران‌ساز دیگر و تعیین بهره نهایی، لازم است به ابزار محاسباتی و ریاضی دست یابیم. به طوری که وقتی ترکیب صفر و قطب‌ها را در بهره حلقه تعیین کردیم، بتوانیم ببینیم با بهره‌های گوناگون، نتیجه کارمان چه می‌شود و قطب‌های حلقه هدایت در کجا قرار می‌گیرند.

به همین دلیل در پیوست ۲ به این ابزار ریاضی پرداخته شده است و چگونگی رسم مکان هندسی قطب‌های حلقه بر اساس صفر و قطب‌های بهره حلقه، به ازای تغییر بهره تنهای k شرح داده شده است. در ادامه کار، فرض می‌کنیم که خواننده، به این ابزار ریاضی تسلط کافی یافته است.

خواهید دید با چنین ابزار ریاضیاتی به آسانی به طراحی دقیق شبکه‌های گوناگون برای جبران‌سازی و قرار دادن قطب‌های حلقه در جاهای مطلوبِ خودمان می‌پردازیم.

۲-۵- طراحی شبکه سرعتی در سامانه جبران سازی

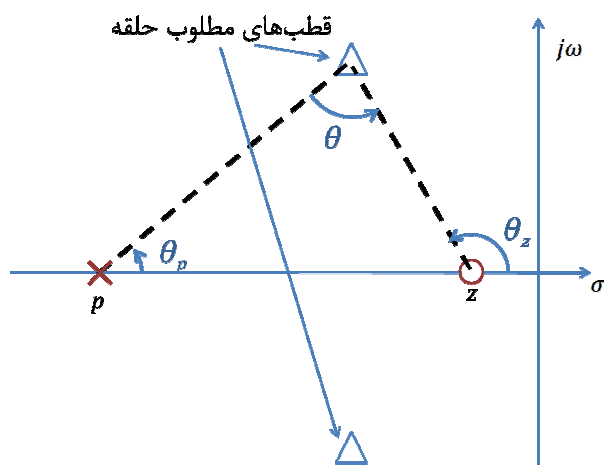
در ادامه، دو روش برای طراحی شبکه سرعتی ارائه خواهیم نمود. برای اینکه چرایی دو روش را به خوبی درک کنیم کافی است یادآور شویم که هر گاه بهره تنهای k در شرایط مناسب استفاده شود، در هر صورت دو موضوع رفتار گذرا و مانا را با هم و همزمان بهبود می بخشد. از همین روست که با توجه به اینکه اندازه بهبود در کدام موضوع را معین و حتمی بگیرید (و به بهبودی که در دیگری حاصل شد، قانع باشید)، دو روش برای طراحی به وجود می آید. نگران نباشید در مثال ها به خوبی این روش ها را خواهید دید.

ابتدا روشی را که هم کاربرد بیشتری دارد و هم از لحاظ محاسباتی بسیار ساده تر است، پیش می بریم و آن را در مثالی به کار خواهیم گرفت.

۲-۵-۱- طراحی بر اساس معین بودن رفتار گذرا

می دانید که تعیین کننده ترین مورد در رفتار گذرا، مقدار قطب های غالب حلقه هدایت است. از همین رو در این حالت که رفتار گذرای مطلوب قطعی و معلوم است، بر اساس سرعت درخواستی و میزان نوسانی بودن مجاز، جای قطب های غالب مطلوب را معین می کنیم. به عبارت دیگر از روی رفتار گذرای مطلوب اعلام شده، جای قطب های حلقه نهایی را تعیین می نماییم. سپس سعی می کنیم، با کمک مکان هندسی ببینیم آیا می توان با شبکه سرعتی قطب ها را به آن جای مطلوب برد؟

در ادامه فرض کنید که قطب‌های غالب مثلاً در جایی مانند آنچه در شکل ۲-۲۸ معین شده است، قرار دارند. دقت کنید که قطب‌ها در یک شبکه سرعتی مانند آنچه در این شکل می‌بینید خواهد بود. خوب ببینید که این شبکه چه اثری در مکان هندسی دارد. برای این منظور به هندسه شکل توجه کنید! شرط زاویه که در رسم مکان مهم‌ترین سخن بود، می‌گوید با اضافه شدن این شبکه، به اندازه زاویه θ به معادله زاویه اضافه خواهد شد.

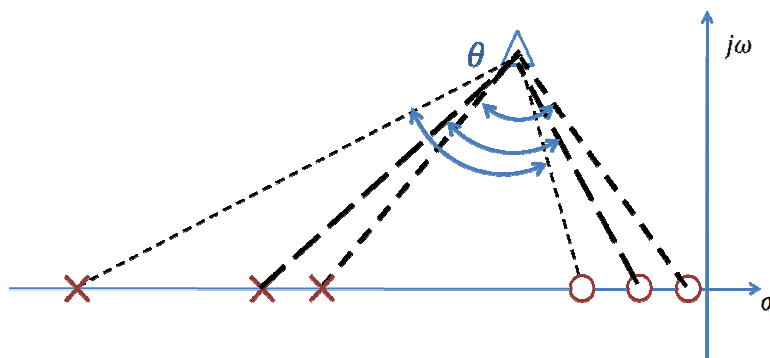


شکل ۲-۲۸- محل قرار گیری قطب و صفر جبران‌ساز با توجه به قطب‌های مطلوب حلقه؛ مشخص است که $\theta = \theta_z - \theta_p$

از طرفی برای اینکه مکان از جای مطلوبی که برای قطب‌ها تعیین شده است، بگذرد، ترکیب صفر و قطب‌های موجود در بهره حلقه بدون جبران‌ساز، زاویه‌ای را کم دارد. پس معلوم می‌شود که این کمبود باید به وسیله همین θ جبران‌ساز سرعتی، جبران شود.

پس ابتدا باید این زاویه لازم را تحت شرایط موجود یعنی بدون جبران‌ساز، محاسبه نمود. سپس لازم است جای صفر و قطب جبران‌ساز را طوری تعیین کرد که این کمبود زاویه با اضافه

شدن جبران ساز، جبران گردد. یعنی به لحاظ ریاضی و هندسی زاویه θ مشخص می گردد، ولی به خوبی می دانید که به این ترتیب گزینه واحدی برای صفر و قطب شبکه سرعتی به دست نمی آید بلکه بی شمار گزینه، می تواند این شرط را ارضا کند، به شکل ۲-۲۹ توجه کنید.



شکل ۲-۲۹- جفت صفر و قطب هایی که همگی برای قطب مطلوب زاویه مساوی ایجاد می کنند.

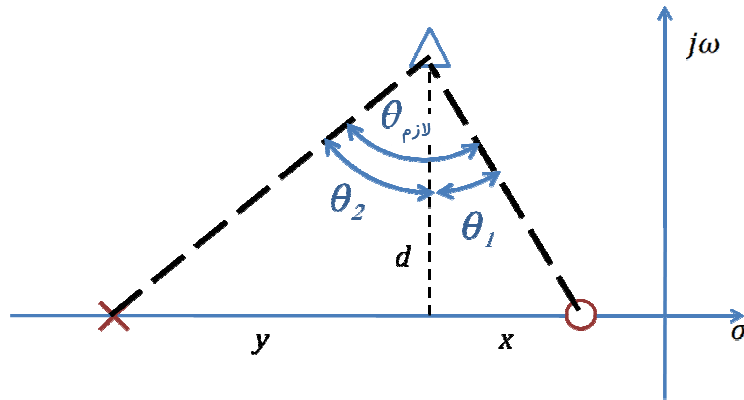
پس ظاهراً یک آزادی گزینشی وجود دارد. اما در واقع ملاحظات وجود دارد که با رعایت آنها تعداد گزینه ها محدود می گردد. دو ملاحظه مهم هستند که با نوعی مصالحه، کار گزینش را به سرانجام می رسانند.

اول اینکه به هر حال نباید نسبت جای قطب به صفر - که به آن ضریب سرعتی گفته می شود - بیش از حد بزرگ باشد (مثلاً حدود 10 مناسب است و نه بسیار بزرگتر). دیگر اینکه خوب نیست جای صفر جبران ساز نسبت به قطب های مطلوب، نزدیک به مبدأ باشد چراکه رفتار گذرا را از رفتار گذرای قطب های مطلوب، تغییر می دهد و فراجاهش را زیاد می کند. این دو ملاحظه یاد شده، از سویی می گوید خیلی نمی توان صفر را دور از قطب های مطلوب انتخاب کرد و از سوی

دیگر اجازه نمی‌دهد خیلی آن را به مبدأ نزدیک گرفت! و این همان جایی است که باید مصالحه‌ای صورت دهیم.

بگذارید ابتدا محاسبات کلی را که بسیار ساده است مطابق شکل ۲-۳۰ بیاوریم. کافی است موارد زیر را در نظر بگیرید:

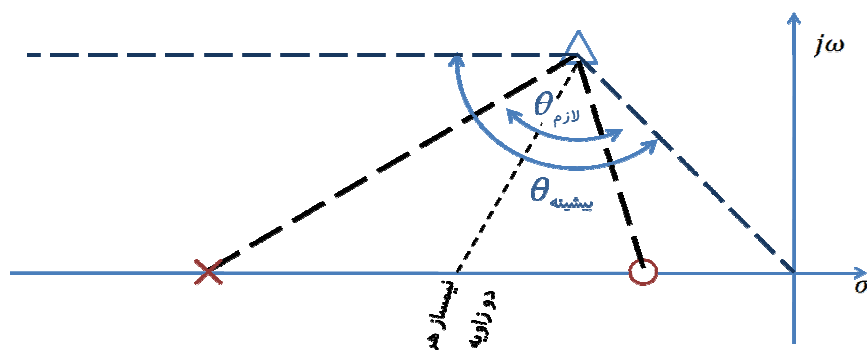
$$\tan \theta_1 = \frac{x}{d} \quad , \quad \tan \theta_2 = \frac{y}{d} \quad ; \quad \theta_{\text{لازم}} = \theta_1 + \theta_2 \quad (۲-۴۷)$$



شکل ۲-۳۰- قطب و صفر جبران‌ساز سرعتی در کنار مکان قطب مطلوب

در اینجا برای تعیین محل دقیق صفر و قطب جبران‌ساز سه نوع گزینه را ارائه خواهیم نمود که هر یک مزایا و معایبی دارند. یکی از اینها موردی است که ضریب سرعتی را کمینه می‌کند. این یک مزیت است چراکه ساخت چنین شبکه‌ای آسان‌تر است. ضمناً خروجی شبکه به ازای تغییرات ورودی آن، کمتر بزرگ است و لذا در عمل، ورودی u کمتری نیاز خواهد داشت.

می‌توان نشان داد، در این روش به لحاظ هندسی نیمساز زاویه θ بر نیمساز زاویه بیشینه‌ای که جبران‌ساز برای جای قطب‌های مطلوب می‌تواند به بار آورد، منطبق می‌گردد. (به شکل ۳۱-۲ توجه کنید). این زاویه بیشینه اشاره شده را $\theta_{\text{بیشینه}}$ می‌نامیم.



شکل ۳۱-۲- صفر و قطب به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شوند که نیمساز زاویه θ بر نیمساز زاویه بیشینه‌ای که می‌توان داشت منطبق باشد.

به این ترتیب و با کمی محاسبه هندسی، روابط زیر برای θ_1 و θ_2 به دست می‌آیند:

$$\theta_{1,2} = \frac{\theta_{\text{بیشینه}} \mp (180 - \theta_{\text{لازم}})}{2} \quad (48-2)$$

گزینه دیگری که برای طراحی جبران‌ساز پیشنهاد می‌شود این است که صفر شبکه جبران‌ساز سرعتی را درست زیر قطب‌های مطلوب انتخاب کنیم. این یعنی x را برابر با صفر در نظر بگیریم. این کار محاسبات را کمی ساده خواهد نمود و ضمناً مطمئن هستیم که این صفر به لحاظ نزدیکی به محور موهومی، با قطب‌های مطلوب یکسان است.

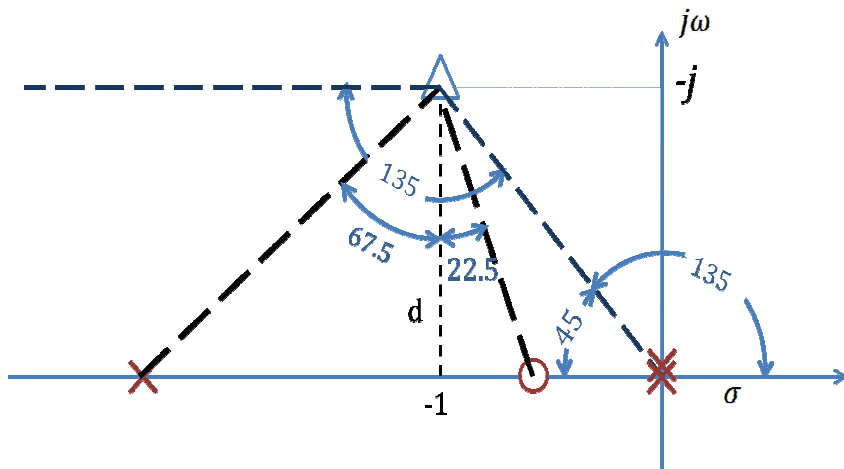
گزینه دیگر این است که با استفاده از صفرِ جبران ساز، نزدیک‌ترین قطبی را که باعث شده‌است، شما از سرعتِ خروجی فاصله بگیرید حذف کنید. در مثال‌های آتی به مواردی که در طراحی سامانه هدایتی از این روش استفاده می‌شود، برخورد خواهیم نمود. اما در ادامه، همان مثالِ دسترسی به شتاب را دنبال می‌کنیم.

مثال ۲-۵-

می‌خواهیم با استفاده از شبکه سرعتی حلقه هدایتی دیگری برای سامانه مثال قبل طراحی کنیم. در این مثال همان گونه که پیشتر نیز دانسته‌اید، گزینه حذف قطبِ مزاحم ممکن نیست چراکه این قطبِ مزاحم در مبدأ است و گفتیم که حذفِ آن مجاز نیست چراکه قطبی ناپایدار است و حذفِ آن حلقه را ناپایدار می‌کند.

پیش از هر کاری باید جای قطب‌های مطلوب را تعیین کنیم. مثلاً می‌تواند مطلوب این باشد که زمانِ نشستِ پاسخِ پله 4 واحد زمان و بیشینهٔ فراجهدش نیز حدود 4% باشد. این دو، جای قطب‌های مطلوب را به گونه‌ای که در شکل ۲-۳۲ نشان داده شده است مشخص می‌کند:

$$-1 \pm 1j, \quad \xi = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7, \quad \varphi = 45^\circ \quad (2-49)$$



شکل ۲-۳۲ اضافه کردن قطب و صفر شبکه سرعتی برای هدایت سامانه $\frac{1}{s^2}$ ؛ با توجه به رفتار گذرای تعیین شده، مکان قطب‌های مطلوب سامانه هدایتی در $-1 \pm j$ قرار گرفته است.

با توجه به جای قطب‌های مطلوب، زاویه لازم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\theta_{\text{لازم}} - 2 \times 135 = -180 \rightarrow \theta_{\text{لازم}} = 90 \quad (۲-۵۰)$$

اگر صفر را درست زیر قطب مطلوب انتخاب کنیم، روشن است که قطب جبران‌ساز در بینهایت می‌افتد. یعنی این انتخاب عملی نیست (توجه کنید که اگر به ϕ یا 60° یا همان ξ 0.5، قانع بودید چنین نمی‌شد). لذا معلوم می‌شود در این مثال باید صفر را کمی راست‌تر از زیر قطب‌های مطلوب بگذاریم. خوب است از همان قانون کمترین ضریب سرعتی استفاده کنیم. با توجه به رابطه

داریم:

$$\theta_{\text{بیشینه}} = 135^\circ, \theta_{\text{لازم}} = 90^\circ \rightarrow \quad (51-2)$$

$$x = 1 \cdot \tan 22.5^\circ = 0.4142, \quad y = 1 \cdot \tan 67.5^\circ = 2.4142 \quad (52-2)$$

از این مقادیر جای صفر و قطب جبران ساز به دست می آید:

$$z = 1 - 0.4142 = 0.5858, \quad p = 1 + 2.4142 = 3.4142 \quad (53-2)$$

حال باید بهره پرش جبران ساز را محاسبه کنیم تا طراحی جبران ساز و در پی آن طراحی سامانه هدایتی تکمیل گردد. برای این منظور کافی است از معادله بهره مکان هندسی استفاده کنیم و بهره کل مورد نیاز را به دست آوریم. سپس آن را به بهره پرش سامانه بدون جبران ساز، تقسیم نماییم تا بهره پرش جبران ساز به دست آید:

$$k_{\text{کل}} = \frac{\text{بهره پرش کل مورد نیاز}}{\text{بهره پرش بدون جبران ساز}} = \text{بهره پرش جبران ساز} \quad (54-2)$$

اما در اینجا بهره مکان (پرش) کل مورد نیاز خواهد بود که به این شکل به دست می آید:

$$k_{\text{کل}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2.4142^2 + 1^2}}{\sqrt{0.4142^2 + 1}} = 4.8284 \quad (55-2)$$

از طرفی از آنجا که بهره‌ پرش سامانه بدون جبران‌ساز سرعتی، واحد است، بهره‌ پرش جبران‌ساز سرعتی خواهد شد:

$$k_{\text{جبران‌ساز}} = \frac{k_{\text{کل}}}{1} = 4.8284 \quad (۵۶-۲)$$

به این ترتیب جبران‌ساز، به طور کامل تعیین شده است:

$$H = 4.8284 \frac{s+0.5858}{s+3.4142} \quad (۵۷-۲)$$

همان گونه که پیشتر گفته شد، صفر جبران‌ساز مسیر پیشرو^۱ در تابع تبدیل حلقه هدایت از ورودی مرجع، نیز خواهد ماند. یعنی تابع تبدیل حلقه از ورودی مرجع (خروجی مطلوب) تا خروجی نه تنها شامل قطب‌های مطلوب $1 \pm j$ است بلکه صفری نیز در -0.5858 خواهد داشت. لذا مقدار فراجاهش از آن مقداری که مربوط به قطب‌های مطلوب طراحی شده بود، بیشتر می‌شود. ولی پیش از این تأکید می‌کنیم که به غیر از این صفر و آن دو قطب مطلوب، قطب دیگری نیز وجود خواهد داشت. این قطب اضافی به دلیل قطب اضافه‌ای که جبران‌ساز وارد می‌کند، به وجود خواهد آمد که در ادامه به آن خواهیم پرداخت. البته این قطب اثر منفی آن صفر را کمی کاهش می‌دهد ولی اگر اثر منفی صفر در افزایش مقدار فراجاهش، برای شما اهمیت جدی دارد، همین‌جا ترفندی را برای کاهش آن می‌آموزیم.

^۱ به بخشی از سامانه هدایتی که از سیگنال خطا آغاز و به خروجی مورد نظر ختم می‌شود را مسیر پیشرو و مابقی سامانه را مسیر بازخور می‌گویند.

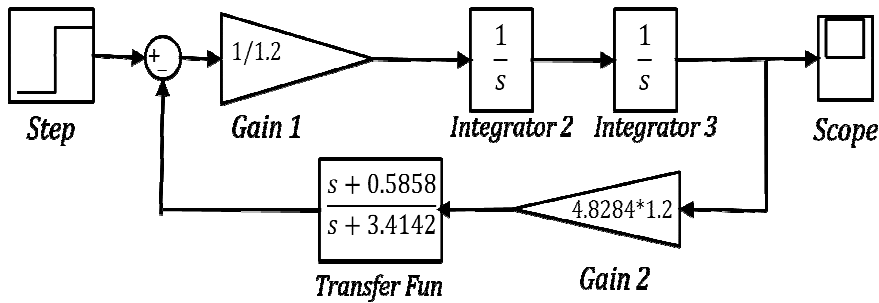
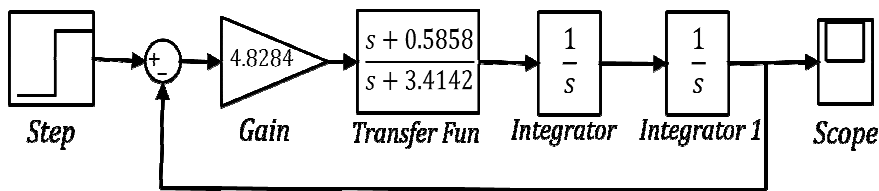
اگر این جبران‌ساز را به جای مسیر پیشرو در مسیر بازخور قرار دهید، آنگاه قطبِ جبران‌ساز که دورتر است، به عنوان صفرِ تابع تبدیل از مرجع به خروجی ظاهر خواهد شد! نمایش بلوکی حلقه و نتایج پاسخ پلهٔ هر دو طراحی، در شکل ۲-۳۳ و شکل ۲-۳۴ آمده است.

تمرین ۲-۲۹-

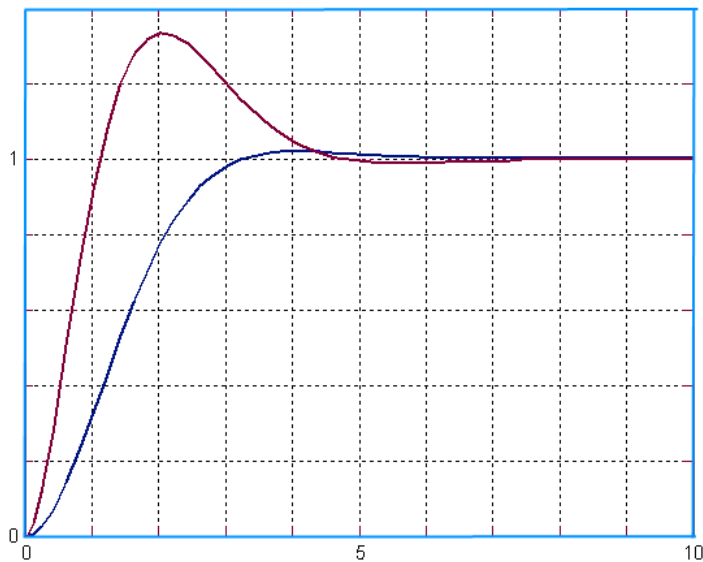
برای هر دو نوع به کارگیری جبران‌ساز (در مسیر پیشرو و بازخور) که در شکل ۲-۳۴ نتایج نهایی‌اش آمد،

الف- صفر و قطب‌های حلقه را از ورودی مرجع (خروجی مطلوب) به خروجی دقیقاً به دست آورید.

ب- با توجه به آنچه در قسمت الف به دست آورده‌اید، رفتاری را که از شبیه‌سازی در شکل ۲-۳۴ نشان دادیم محک بزنید.



شکل ۲-۳۳- استفاده از شبکه سرعتی برای رسیدن به رفتار گذرای مطلوب در هدایت سامانه $\frac{1}{s^2}$: آ. جبران ساز در مسیر پیشرو و ب. در مسیر بازخور قرار گرفته است.



شکل ۲-۳۴- نتایج پاسخ پله در سامانه های هدایتی شکل ۲-۳۳؛ نمودار آبی پاسخ سامانه هدایتی با جبران ساز در مسیر بازخور و نمودار قرمز پاسخ به سامانه هدایتی با جبران ساز در مسیر پیشرو است.

تمرین ۲-۳۰-

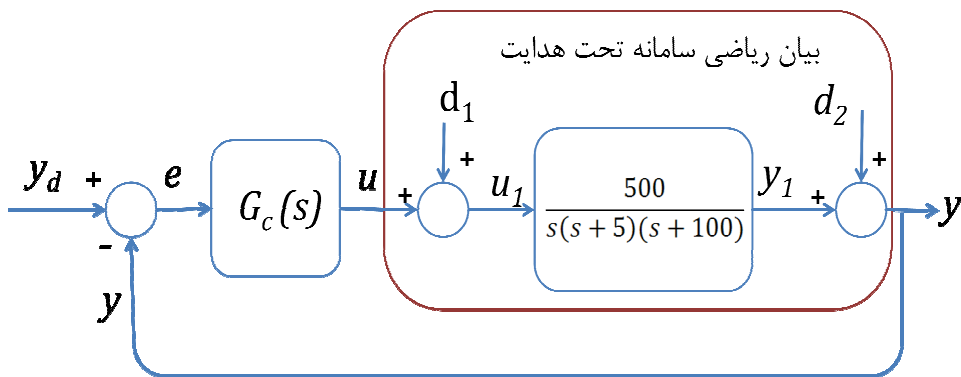
برای همین سامانه‌های شکل ۲-۳۳، خروجی جبران‌ساز یعنی همان ورودی به سامانه تحت هدایت را هم به صورت تابع تبدیل و هم به صورت شبیه‌سازی به دست آورید و نتایج را با هم مقایسه کنید.

تمرین ۲-۳۱-

رفتار مانای هر دو طراحی را دقیقاً تشریح کنید.

تمرین ۲-۳۲-

سامانه حلقه بسته شکل ۲-۳۵ را در نظر بگیرید.



شکل ۲-۳۵- سامانه هدایتی تمرین ۲-۳۲

الف - برای این سامانه شبکه جبرانساز سرعتی طراحی کنید به گونه‌ای که سامانه حلقه بسته هیچ صفری نداشته باشد و در پاسخ پله آن فراجش حدود 5% و زمان نشست نیز حدود 0.4s باشد.

ب - تحت شرایط به دست آمده در قسمت الف بهره تقویت کننده‌ای که لازم است چقدر است؟ با این بهره، میزان خطای مانا به ورودی شیب به چه میزان بهتر شده است؟

تمرین ۲-۳۳-

سامانه تمرین ۲-۳۲ را در نظر بگیرید و این بار:

الف - شبکه جبرانساز سرعتی را به گونه‌ای طراحی کنید که قطب‌های غالب حلقه بسته همان قطب‌های غالب تمرین ۲-۳۲ باشد ولی صفر آن درست زیر این قطب‌ها قرار بگیرد.

ب - تحت شرایط به دست آمده در قسمت الف بهره تقویت کننده‌ای که لازم است چقدر است؟ با این بهره، میزان خطای مانا به ورودی شیب به چه میزان بهتر شده است؟

ج - با روش‌هایی که آموختید فراجش را در سامانه طراحی شده به طور تقریبی به دست آورید.

تمرین ۲-۳۴-

سامانه تمرین ۲-۳۲ را در نظر بگیرید و این بار:

الف - شبکه جبرانساز سرعتی را به گونه‌ای طراحی کنید که قطب‌های غالب حلقه بسته همان قطب‌های غالب تمرین ۲-۳۲ باشد ولی صفر و قطب آن به گونه‌ای تعیین گردند که خاصیت مشتقی آن (نسبت صفر به قطب) کمترین باشد.

ب - تحت شرایط به دست آمده در قسمت الف بهره تقویت کننده‌ای که لازم است چقدر است؟ با این بهره، میزان خطای مانا به ورودی شیب به چه میزان بهتر شده است؟

ج - فراجاهش را در سامانه هدایتی طراحی شده به طور تقریبی به دست آورید.

همان طور که اشاره شد قطب جبران ساز که در بهره حلقه گذاشته می‌شود، یک قطب اضافی در حلقه هدایت ایجاد می‌کند، این قطب اضافی به کجا می‌رود؟

جای این قطب از آنجا که به سمت قطب‌های مطلوب نزدیک می‌شود، می‌تواند مهم شود. برای همین مناسب‌تر است جای آن را به دست آوریم. وقتی از نرم‌افزاری مانند *Matlab* برای این منظور استفاده می‌کنید، به آسانی می‌توانید محل دقیق قطب را به دست آورید. ولی اگر بخواهید با دست و ماشین حساب آن را حساب کنید، راه عددی ساده زیر را پیشنهاد می‌کنیم.

به خوبی می‌دانیم این قطب بین -3.4142 و -0.5858 خواهد بود یعنی جایی بین صفر و قطب جبران ساز. فاصله آن را از اولی (صفر) برابر با مجهول δ می‌گیریم. کافی است برای δ از یک حدس مثلاً 0.5 شروع و چند بار سعی و خطای زیر را با توجه به برقراری شرط اندازه در این نقطه دنبال کنیم. چنانچه در محاسبات زیر دقت کنید می‌بینید که در این روش گام بعدی را

در جهت به دست آمده، می‌گیریم ولی اندازه گام را خودمان به صورت هوشمندانه‌ای حدس می‌زنیم.

$$\delta_1 = \frac{(3.4142 - 0.5858 - \delta_0)(0.5858 + \delta_0)^2}{4.8284} \quad (58-2)$$

$$0.57 = \frac{(3.4142 - 0.5858 - 0.5)(0.5858 + 0.5)^2}{4.8284} \quad (59-2)$$

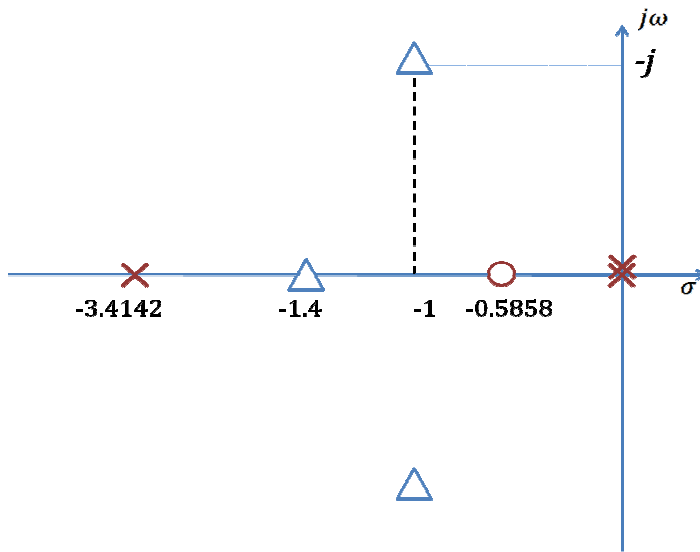
$$0.88 = \frac{(3.4142 - 0.5858 - 0.9)(0.5858 + 0.9)^2}{4.8284} \quad (60-2)$$

$$0.8 = \frac{(3.4142 - 0.5858 - 0.8)(0.5858 + 0.8)^2}{4.8284} \quad (61-2)$$

یعنی قطب مزبور تقریباً در $-1.4 \cong -0.59 - 0.8$ قرار دارد!

پس می‌توان ترکیب صفر و قطب‌های حلقه هدایت از ورودی مرجع به خروجی را به طور

کامل داشت و رفتار را دقیق‌تر دید. به شکل ۲-۳۶ توجه کنید.



شکل ۲-۳۶- نمایش قطب‌های نتیجه حلقه که برای سامانه تحت هدایت $\frac{1}{s^2}$ و با جبران‌ساز سرعتی $\frac{s+0.5858}{s+3.4142}$ 4.8284 ترتیب داده شده است.

۲-۵-۲ طراحی بر اساس معین و قطعی بودن بهره ثابت

گاهی ما خود می‌دانیم که قطعاً لازم است در جبران‌سازی به میزان معینی، بهره ثابت داده شود تا خطای مانا کاهش یابد. در عین حال علاقه‌مند که این بهره‌دهی تا جایی که ممکن است در سرعت‌دهی هر چه بیشتر به هدایت نیز نقش ایفا کند. در اینجا است که دوباره به یاد جبران‌ساز سرعتی می‌افتیم با یک قید که بهره ثابت قابل به کارگیری، معین است. در این حالت گویی می‌خواهیم که سرعت را با شبکه سرعتی افزایش دهیم ولی در اعمال بهره محدودیت بهره داریم و باید این نکته را رعایت کنیم. به بیان بهتر در اینجا اولویت با به کارگیری بهره است ولی می‌توان از فرصت استفاده نمود و تا جایی که ممکن است سرعت را نیز افزایش داد!

روشن است که جبران ساز سرعتی سه مشخصه دارد، جای صفر، جای قطب، و بهره! پس اگر بهره آن معین باشد، ۲ تای دیگر می ماند: جای صفر و جای قطب! برای سادگی، نسبت این دو را - که به آن «ضریب سرعتی جبران ساز» می گوئیم - عدد معقولی در نظر می گیریم. معمولاً این عدد را $a = \frac{p}{z} = 10$ انتخاب می کنیم. به این ترتیب فقط جای صفر یا فقط جای قطب به عنوان تنها مشخصه طراحی باقی می ماند. یعنی فقط لازم است یکی از این دو را تعیین کنیم.

برای تعیین قطب (یا صفر)، می توان از ابزار ریاضی مکان هندسی ریشه ها (که آموخته ایم)، کمک گرفت، مکان قطب های حلقه را بر حسب تغییر همین جای قطب (یا صفر) رسم نمود و با توجه به آن گزینش مناسبی را پیدا کرد.

برای درک روشی که در بالا آوردیم، کفایت یک نمونه، را طراحی کنیم. این روش فقط یک اشکال ابزاری دارد و آن این است که برای موفقیت کافی و مناسب در آن، لازم است برای رسم مکان هندسی قطب ها از ابزاری مانند *Matlab* استفاده نمود. چرا که به روش دستی و محاسبات ساده، کار کمی مشکل است. ما نیز در اینجا از همین ابزار استفاده خواهیم نمود.

پس ابتدا لازم است معادله قطب های حلقه را بر حسب مشخصه نامعلوممان یعنی همان جای صفر z به دست آوریم و آن را به گونه ای مرتب کنیم که این مشخصه به جای بهره مکان بنشیند.

مثال ۲-۶-

کار را برای همان تابع تبدیل $\frac{1}{s^2}$ به پیش می‌بریم. بیایید بهره ثابت قطعی و درخواست شده طراحی را واحد یعنی ۱، در نظر بگیریم. یعنی جبران‌ساز را به گونه‌ای طراحی کنیم که بهره ثابت آن برابر با ۱ شود.

$$G(s) = \frac{1}{s^2}, \quad H(s) = \frac{\frac{1}{z}s+1}{\frac{1}{p}s+1} = \frac{\frac{1}{z}s+1}{\frac{1}{10z}s+1}, \quad 1 + kH(s)G(s) = 0 \quad (۶۲-۲)$$

$$1 + 1 \cdot \frac{\frac{1}{z}s+1}{\frac{1}{10z}s+1} \cdot \frac{1}{s^2} = 0 \quad \rightarrow \quad (۶۳-۲)$$

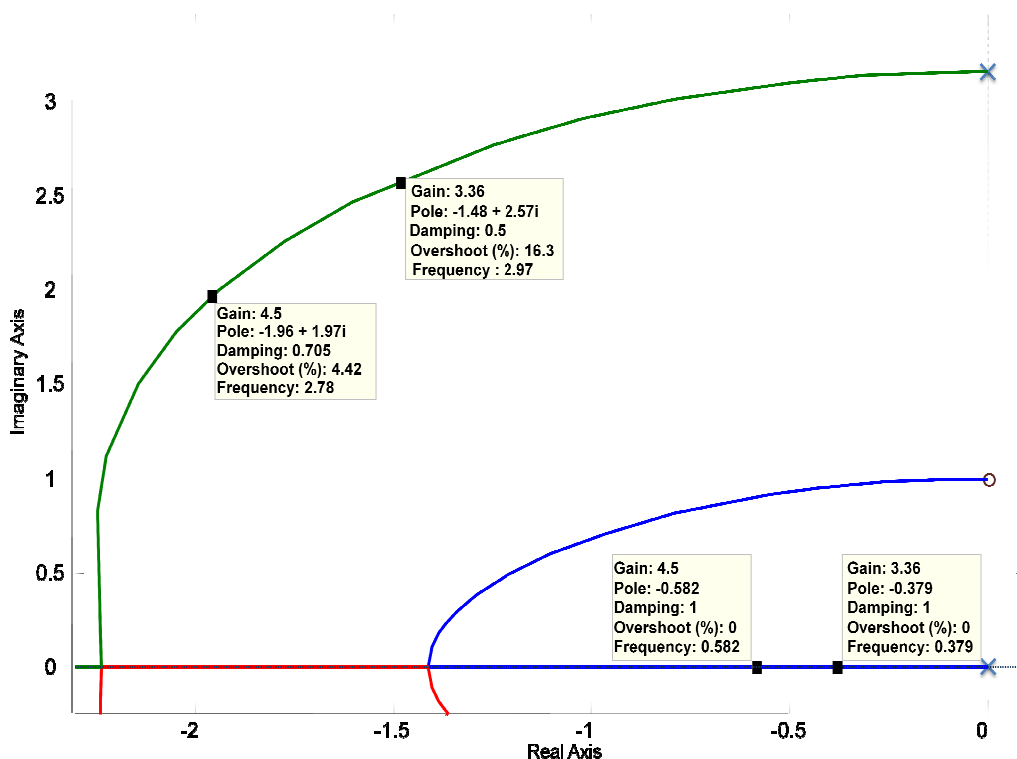
$$s^3 + 10z s^2 + 10s + 10z = 0 \quad \rightarrow \quad (۶۴-۲)$$

$$s^3 + 10s + 10z(s^2 + 1) = 0 \quad \rightarrow \quad (۶۵-۲)$$

$$1 + 10z \frac{s^2+1}{s^3+10s} = 0 \quad \text{یا} \quad 1 + p \frac{s^2+1}{s^3+10s} = 0 \quad (۶۶-۲)$$

سپس مکان هندسی ریشه‌های معادله (۶۶-۲) را به ازای تغییر جای قطب، رسم

می‌کنیم.



شکل ۲-۳ مکان هندسی ریشه های معادله $1 + p \frac{s^2+1}{s^3+10s} = 0$ به ازای تغییر مقادیر p ؛ توجه کنید که در اینجا $Gain=p$

روی این شکل، دو گزینه یکی با ضریب میرایی نوسانات 0.7 و دیگری 0.5، به دست

آمده است. کافیت دقت کنید که در اینجا بهره مکان، همان جای قطب (p) می باشد که $\frac{1}{10}$ آن

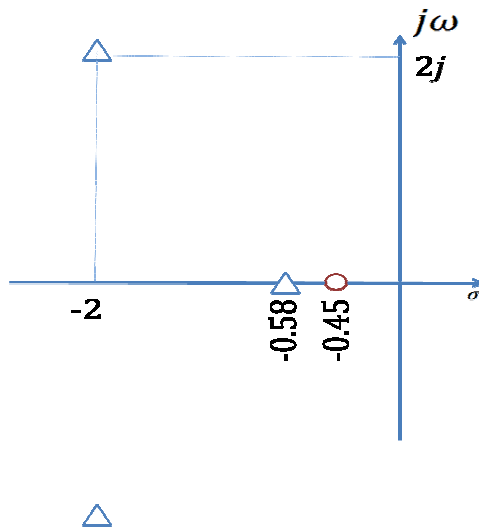
نیز جای صفر (z) است. روی شکل، سرنوشت قطب سوم که به وسیله جبران ساز اضافه گردیده

نیز نشان داده شده است. به این ترتیب در واقع دو جبران ساز پیشنهاد شده که هر دو بهره ثابت

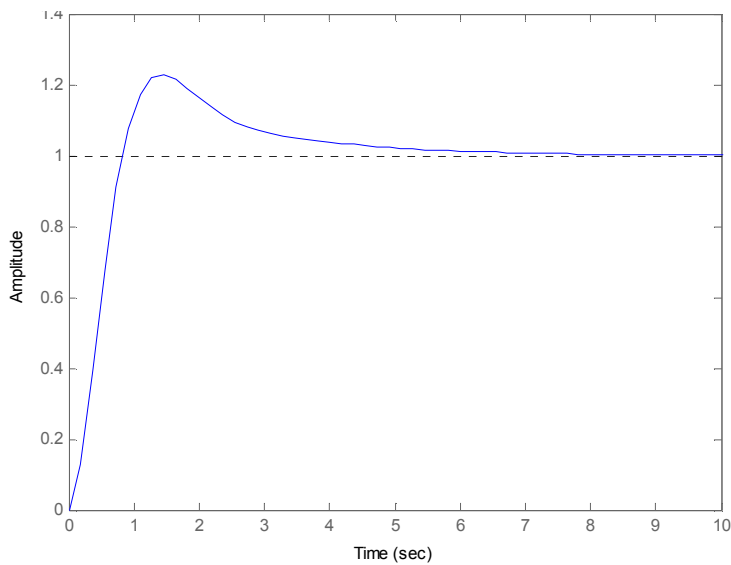
واحد دارند. یکی از این جبران سازها در عبارت (۲-۶۷) آمده است.

$$H(s) = \frac{\frac{1}{0.45}s+1}{\frac{1}{4.5}s+1} \quad (۲-۶۷)$$

ترکیبِ صفر و قطب‌های نتیجهٔ حلقه از ورودی مرجع به خروجی نیز به همراه پاسخ پله سامانه در شکل ۲-۳۸ و شکل ۲-۳۹ آمده است.



شکل ۲-۳۸- ترکیب صفر و قطب در نتیجه حلقه هدایتی مثال ۲-۶



شکل ۲-۳۹- پاسخ پله سامانه هدایتی مثال ۲-۶

تمرین ۲-۳۵-

پیشنهاد دیگری را که در شکل ۲-۳۷، داده شده است دقیقاً ارائه کنید. نتایج مربوطه را به طور مشابه به دست آورید و ارائه کنید.

تمرین ۲-۳۶-

مشابه نمونه بالا را با فرض ضریب سرعتی $a = 5$ دوباره حل کنید.

تمرین ۲-۳۷-

مشابه نمونه بالا را با فرض ضریب سرعتی $a = 15$ دوباره حل کنید.

تمرین ۲-۳۸-

نتایج فرض‌های گوناگون برای ضریب سرعتی را در سه تمرین قبل با یکدیگر مقایسه کنید.

تمرین ۲-۳۹-

روش این بخش را برای سامانه تحت هدایت $\frac{1}{s(s+1)}$ و بهره ثابت 10 اجرا کنید.

تمرین ۲-۴۰-

سامانه تمرین ۲-۳۲ را در نظر بگیرید و با رسم مکان قطب‌ها بر حسب جبرانساز: a شبکه را برابر با 10 در نظر بگیرید)

الف - شبکه جبرانساز سرعتی را به گونه‌ای طراحی کنید که بهره ثابت حلقه باز دقیقاً 60 گردد و قطب‌های غالب آن کمترین زمان نشست را بدهند و ضریب میرایی نیز کمتر از 0.5 نباشد.

ب - شبکه جبرانساز سرعتی را به گونه‌ای طراحی کنید که بهره ثابت حلقه باز دقیقاً 60 گردد و قطب‌های غالب آن کمترین زمان نشست را بدهند و ضریب میرایی نیز کمتر از 0.5 نباشد.

در این تمرین از نرم‌افزار *MATLAB* استفاده کنید.

۲-۶- طراحی شبکه جمعگر در جبران سازی

دیدیم که برای بهبود خطای مانا، به ویژه برای کاهش رتبه آن برای ورودی‌های از جنس پله و بالاتر، لازم است یک جمعگر خالص اضافه نمود. از طرف دیگر دیدیم که اضافه نمودن جمعگر، کاملاً یک فاصله جدی بین سیاست ما برای اقدام علیه خطا و سرعت خروجی اضافه می‌کند.

پس اگر ما مشکل فاصله افتادن بین ورودی سامانه تحت هدایت و سرعت خروجی داشته باشیم، اضافه نمودن جمعگر در این راستا کمکی نمی‌کند، بلکه مشکل را یک رتبه هم اضافه می‌کند. خوب! چه کنیم تا اضافه نمودن جمعگر تا این حد مشکل ایجاد نکند؟! راه حل این است که صفری هم اضافه کنیم تا حاصل، یک سرعت گیر تقریبی باشد و تا حدودی فاصله ایجاد شده را جبران کند.

روشن است که این صفر را نیز باید به طور نسبی نزدیک مبدأ انتخاب کنیم. اما چگونه باید به طراحی بپردازیم و چگونه باید جای صفر را تعیین کنیم. اگر دقت کنید کافی است از روش طراحی شبکه سرعتی - که در بخش پیش آموختیم - استفاده کنیم. با این تفاوت که این بار فقط کافی است جای یک صفر را تعیین کنیم و قطبی در کار نیست یا قطب در بینهایت است. پس زاویه بیشتری داریم و به این ترتیب به آسانی جای صفر به دست خواهد آمد.

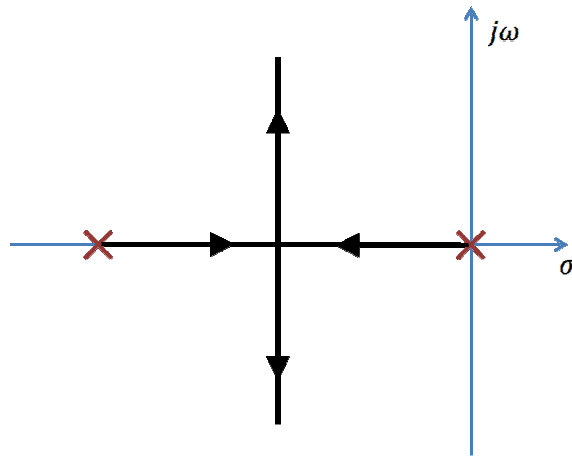
به چنین شبکه جمعگری در اصطلاح PI ^۱ (متناسب و جمعگر) نیز می‌گویند. دلیل این نام‌گذاری جالب است. دقت کنید که می‌توان تابع تبدیل این شبکه جبران‌ساز را به صورت زیر نیز نوشت:

$$H(s) = k \frac{s+b}{s} = k + \frac{kb}{s} \quad (۶۸-۲)$$

به این ترتیب می‌توان شبکه جبران‌ساز را به صورت جمع دو کار در نظر گرفت؛ یکی اقدام کردن علیه خطا متناسب با خود خطا و یکی اقدام کردن علیه خطا متناسب با جمع خطا.

به عنوان نمونه می‌توان به سامانه مرتبه اول با قطب پایدار پرداخت. چراکه دیدیم پاسخ آن به پله، دارای خطای مانای غیر صفر است و برای صفر کردن این خطا جز اضافه نمودن یک جمعگر خالص راهی نداریم. ولی پیش از این دیدیم که استفاده از این جمعگر خالص به تنهایی مشکل‌ساز است. بیاپید پیش از پرداختن به طراحی درست، این مشکل را بهتر ببینیم.

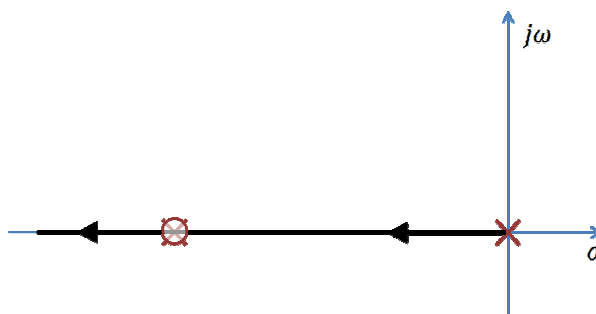
مکان هندسی قطب‌های این سامانه، با اضافه نمودن یک جمعگر خالص به تنهایی (بدون صفر) در شکل ۲-۴۰ آورده شده است. روشن است که با زیاد نمودن بهره k ، سرعت افزایش نمی‌یابد بلکه کم می‌شود و از جایی به بعد حتی باعث نوسانی شدن پاسخ می‌گردد.



شکل ۲-۴۰- مکان هندسی قطب های سامانه جبران ساز PI به ازای افزایش بهره مثبت (k) ؛ با افزایش k سرعت کاهش می یابد. همچنین از جایی به بعد قطب ها مختلط می شوند و باعث نوسانی شدن سامانه می گردند.

ولی چنانچه با یک صفر، مثلاً درست روی قطب موجود در سامانه تحت هدایت، اثر

تأخیری این جمعگر خالص را جبران کنیم، به شکل ۲-۴۱ برای مکان هندسی می رسمیم.



شکل ۲-۴۱- مکان هندسی قطب های سامانه حلقه پس از حذف یک قطب با استفاده از صفر جبران ساز

با این جبران سازی به راحتی می توان با هر چه زیاد نمودن بهره، هم سرعت و هم خطای

مانا را بهبود بخشید.

تمرین ۲-۴۱-

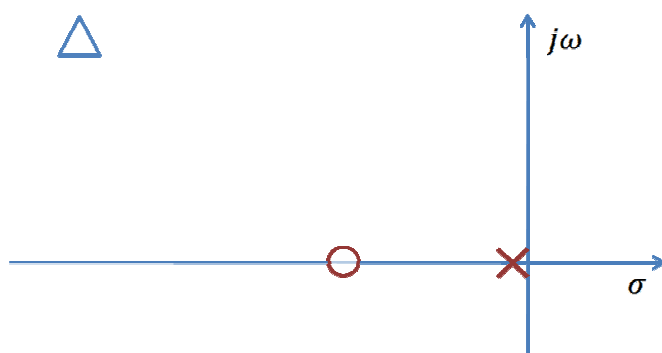
سامانهٔ جمعگر خالص را در نظر بگیرید و سعی کنید طراحی‌ای انجام دهید که خطای مانا به ورودی شیب را صفر کنید. به خوبی می‌دانید که مجبورید از یک جمعگر خالص در جبران‌ساز استفاده کنید و ... مسئله را به گونه‌ای حل کنید که پاسخ پله به زمان نشستِ حدود 0.4 و فراجهشِ حدود 20 - 30% برسد.

۲-۶-۱- جبران‌سازی با جمعگر غیر خالص

اگر نخواهیم رتبهٔ خطای مانا را کاهش دهیم و فقط قصدِ تضعیفِ آن را داشته باشیم، روشن است که نباید از جمعگر خالص استفاده نمود. بلکه می‌توان از جمعگرِ نسبی بهره جست. جمعگرِ نسبی یعنی چه؟!

دقت کنید که در جمعگرِ خالص، بهرهٔ مانا برای سیگنال‌های از جنسِ پله، بینهایت است. یعنی اگر به جای s صفر بگذارید تابع تبدیل به سمتِ بینهایت میل می‌کند، نه به بهرهٔ ثابت! ولی اگر به جای قطب در مبدأ، از یک قطبِ سادهٔ پایدار استفاده کنید، پاسخ البته یک جمعگریِ خالص نیست ولی توانسته‌اید به یک جمعگریِ محدود دست بیابید. سپس مطابق آنچه در PI گذشت برای جبران تأخیری که این جمعگر به وجود می‌آورد یک صفرِ دورتر از آن نیز در تابع تبدیل جبران‌سازتان اضافه کنید. (به شکل ۲-۴۲ توجه کنید، درست برعکس شبکهٔ سرعتی).

دقت کنید که تابع تبدیل، مستقل از بهره پرش، دارای یک بهره ثابت همواره بزرگتر از واحد است. این بهره نیز دقیقاً همان نسبت دوری صفر از قطب است از دید مبدأ. پس هر اندازه که می‌خواهیم خطای مانا را تضعیف کنیم لازم است این نسبت را بزرگ بگیریم .



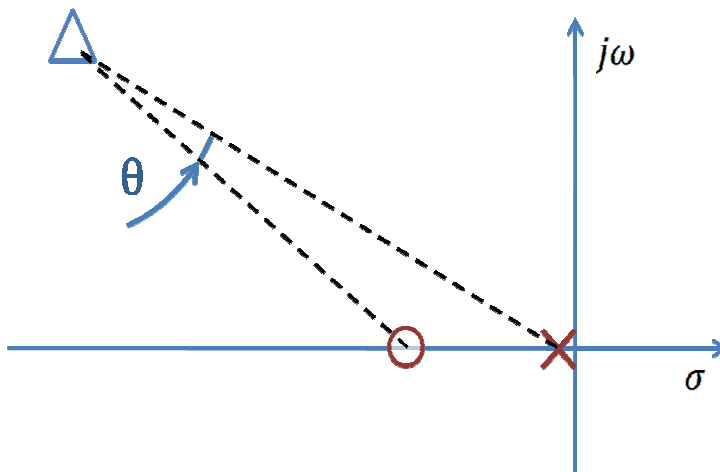
شکل ۲-۴۲- قطب و صفر شبکه جمعگر نسبی با توجه به مکان قطب مطلوب

برای طراحی این جمعگر، مانند شبکه سرعتی، می‌توان دو رویکرد داشت. یکی وقتی دنبال می‌شود که در پایان کار طراحی باشیم و پیشتر به یک رفتار گذرای مطلوبی رسیده و یا به توافق رسیده باشیم و به هیچ‌رو نخواهیم که به رفتار گذرای موجود، خدشه وارد گردد. بلکه فقط بخواهیم خطای مانا را چند برابر تضعیف کنیم، البته این چند برابر مشخص است. استفاده از رویکرد دیگر وقتی است که کار طراحی رفتار گذرا پیشتر به پایان نرسیده و توافق نشده باشد بلکه هم‌اکنون همراه با طراحی این جمعگر آن را هم باید در نظر گرفت و به بهترین نحو ممکن سامان داد. رویکرد اول بسیار ساده و رویکرد دوم کمی مشکل‌تر است.

۲-۶-۲- رویکرد اول

فرض کنید می‌خواهیم $a > 1$ برابر، خطای مانای موجود را تضعیف کنیم درحالی که مقرر است، جای قطب‌های توافق شده و یا طراحی شده پیشین، تغییر چندانی نکند یعنی رفتار گذاری فعلی مورد قبول است و تنها لازم است رفتار مانا اصلاح شود. با توجه به مکان هندسی، لازم است صفر و قطبی که قرار است این جبران‌ساز در بهره حلقه، اضافه کند، تأثیر چندانی در مکان نگذارد. ضمناً برای این منظور لازم است بهره مکان کل نیز چندان تغییر نکند.

به این ترتیب باید اولاً برای حفظ شرط زاویه، تا جایی که ممکن است زاویه دید این جبران‌ساز از قطب‌های مطلوب فعلی پیشتر طراحی شده، کوچک باشد. به شکل ۲-۴۳ توجه کنید. دقت کنید که هم‌زمان با برقراری این شرط باید نسبت مورد نظر درباره صفر به قطب - که همان دلیل اصلی استفاده از این جبران‌ساز است - نیز برقرار بماند. توجه کنید که به این ترتیب با نزدیکی به قطب‌های مطلوب این زاویه دید بزرگتر و لذا شرط زاویه خراب‌تر می‌گردد. بنابر این بهتر است تا حد ممکن از قطب‌های مطلوب به سمت مبدأ دور شویم.



شکل ۲-۴۳- زاویه ایجاد شده توسط قطب و صفر جبران‌ساز جمعگر نسبی تأثیر زیادی در معادله زاویه ندارد. (برای به دست آمدن θ حداقل، قطب و صفر باید هر چه بیشتر به مبدأ نزدیک انتخاب شوند) با این انتخاب از آنجا که طول دو ضلع زاویه بسیار به هم نزدیک می شود، بهره مکان کل نیز تغییر چندانی نمی کند.

از طرفی از آنجا که بهره مکان کل نیز نباید چندان تغییر کند، مجبوریم تا بهره مکان این جبران‌ساز را نیز تقریباً واحد اختیار کنیم. یعنی باید طول دو ضلع زاویه مزبور نیز که در شکل ۲-۴۳ نشان داده شده است، تقریباً یکی باشند. نتیجه این شرط نیز این است که باید باز هم این صفر و قطب را هر چه نزدیکتر به مبدأ انتخاب کنیم.

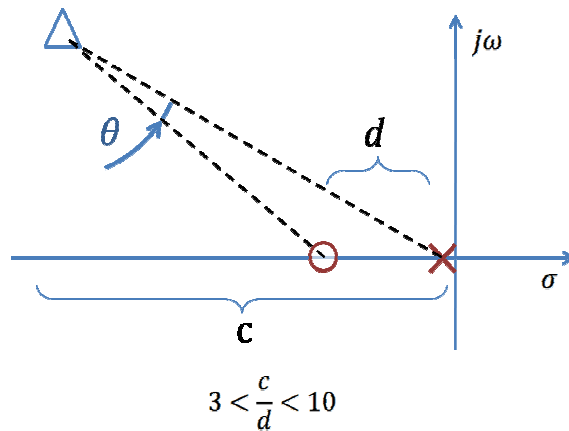
تا اینجا به نظر می‌رسد از هر دو شرط زاویه و اندازه، یک نتیجه حاصل شد و آن هم هر چه نزدیک‌تر به مبدأ انتخاب کردن قطب و صفر جبران‌ساز است! اما آنچه مورد غفلت مانده این است که این انتخاب از طرف دیگر، می‌تواند کاری کند که قطب‌های غالب ما دیگر همان قطب‌های مطلوب نباشند. در واقع هر چند مکان هندسی قطب‌های حلقه از نقطه مورد نظر می‌گذرند و به ازای مقدار بهره مشخصی می‌توان قطب‌ها را در مکان مطلوب قرار داد ولی قطبی ساخته

می‌شود که بسیار نزدیک‌تر به مبدأ است و لذا این قطب جدید (که با غفلت ساخته شده است)، غالب است و رفتار گذرا را تعیین می‌کند.

پرسی که ممکن است برایتان به وجود آید این است که خوب! در هر صورت این اتفاق می‌افتد، پس چه کنیم؟! توجه شما را به این نکته جلب می‌کنیم که قرار بود صفرِ جبران‌ساز این مشکل را حل کند. به این ترتیب که قطبِ مزبور در بهره حلقه، در حلقه هدایت بیاید به طرف دیگر این صفر، که آنگاه به وسیله صفرِ جلوتر خنثی می‌گردد.

پس معلوم می‌شود که نمی‌توان هر اندازه این صفر و قطب را به مبدأ نزدیک کنیم. اینکه چگونه انتخاب کنیم تا هم آن مزایای بالا برای شرط زاویه و شرط بهره مکان هندسی برقرار شوند و هم مشکلی که گفتیم به وجود نیاید، پاسخش مصالحه است. در موارد گوناگون، این مصالحه می‌تواند کم و زیاد گردد ولی برای یک تخمین اولیه مناسب می‌توان از یک قاعده سرانگشتی استفاده کرد!

کافی است فاصله صفر را تا مبدأ حدود $3 - 10$ برابر، کمتر از فاصله قطب‌های مطلوب توافق شده به مبدأ انتخاب کنید. شکل ۲-۴۴ این انتخاب را نشان داده است.



شکل ۲-۴۴- تعیین محل قطب و صفر جبران‌ساز جمعگر نسبی بدون تغییر قطب غالب

اما آیا گزینه‌های قابل انتخاب در این بازه هیچ فرقی با هم ندارند؟! پاسخ این است که حتماً با هم تفاوت دارند. این تفاوت به دو نکته‌ای که با هم مصالحه می‌شوند بازمی‌گردد. هنگامی که قطب و صفر جبران‌ساز از مبدأ دورتر و به قطب‌های مطلوب نزدیکتر انتخاب گردد، احتمال تغییر جای قطب‌های مطلوب بیشتر می‌گردد ولی احتمال اینکه قطب غالبی در نزدیکی مبدأ درست شود و رفتار گذرا بسیار کند گردد، بسیار کمتر می‌شود. وقتی که انتخاب شما به مبدأ نزدیکتر و از قطب‌های مطلوب دورتر باشد این موضوع معکوس است.

مثال ۲-۷-

برای یک نمونه بیابید، سامانهٔ مثال قبل را در نظر بگیریم. آن سامانه دو جمعگر خالص داشت و ما برای پایداری و رسیدن به یک رفتار گذرای مناسب برای آن یک جبران‌ساز سرعتی طراحی نمودیم.

$$G(s) = \frac{1}{s^2} \quad (۶۹-۲)$$

ما قصد نداریم به هیچ‌وجه این رفتارِ گذرای طراحی چندان دستی بخورد ولی علاقه‌مند، بهره ثابت را 5 برابر کنیم تا رفتارِ مانا را کمی بهبود بخشیم.

با توجه به آنچه در بالا گذشت این کار بسیار ساده به وسیله یک جبران‌ساز جمع‌گر انجام‌پذیر است. کافیهست توجه کنیم که در جبران‌ساز مذکور، باید بهره مکان تقریباً واحد و بهره ثابت 5 باشد، لذا تابع تبدیل آن را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$H(s) = \frac{s+z}{s+\frac{z}{5}} \quad (۷۰-۲)$$

در ادامه فقط لازم است جای صفر یعنی z تعیین شود. برای این کار هم یک بازه گزینش در اختیار است که همان طور که دیدیم به جای قطب غالبی که پیشتر طراحی شده بود بستگی داشت! با توجه به طراحی مثال قبل قطب‌های غالب دارای مقدار حقیقی -2 هستند! لذا برای z در بازه زیر می‌توان گزینش نمود:

$$\frac{2}{3} > z > \frac{2}{10} \quad (۷۱-۲)$$

پس دو سامانه زیر می‌توانند گزینش شوند:

$$H_1(s) = \frac{s+\frac{2}{3}}{s+\frac{2}{15}}, \quad H_2(s) = \frac{s+\frac{2}{10}}{s+\frac{2}{50}} \quad (۷۲-۲)$$

تمرین ۲-۴۲-

حال خوب است بیایید و ببینیم، گزینش در هر یک از لبه‌های این بازه چه نتیجه‌ای دارد تا با تفاوت‌هایی که در نتیجه انتخاب‌های متفاوت در این بازه در نتیجه دیده می‌شود، بیشتر آشنا شویم. برای هر یک از دو سامانه جبران‌ساز (۲-۷۲) (که لبه‌های بازه قابل گزینش را تشکیل می‌دهند)، نتیجه ترکیب صفر و قطب‌های حلقه را به همراه پاسخ پله‌شان به دست آورید.

تمرین ۲-۴۳-

سامانه تمرین ۲-۳۲ را در نظر بگیرید و فرض کنید طراحی خواسته شده در همان تمرین، انجام شده و مشخصه‌های و سرعت سامانه نتیجه مورد تأیید است، اما به دلیل دقت‌های لازم باید بهره حلقه 5 برابر دیگر افزایش یابد.

الف - با استفاده از یک شبکه جمعگر این موضوع را تأمین کنید تا مکان قطب‌های طراحی شده تغییر چندانی نکند.

ب - شبکه کلی با ترکیب سرعتی و جمعگر که به این ترتیب طراحی شد، را یکجا بنویسید. و سعی کنید فراجاهش سامانه نهایی را به طور تقریبی به دست آورید.

۲-۶-۳- رویکرد دوم

در این رویکرد نیز، اندازه بهره ثابتی که لازم است اضافه گردد تا به وسیله آن خطای مانا بهبود یابد، مشخص و معین است. ولی این گونه نیست که فقط این مهم برآورده گردد. بلکه این بار امیدواریم بهره ثابت تا جایی که ممکن است بتواند به رفتار گذرا نیز کمک کند.

از طرفی می‌دانیم که ترکیب صفر و قطب این جبران‌ساز به گونه‌ای نیست که بتواند کمکی به رفتار گذرا کند. پس لابد امیدواریم که به غیر از ترکیب $\frac{s+z}{s+p}$ که نسبت $\frac{z}{p}$ را اضافه می‌کند، یک بهره k غیر واحدی نیز در بهره حلقه موجود باشد که تا حدودی رفتار گذرای بهتری را باعث شود؛ مثلاً سرعت را افزایش دهد. اما به هر حال مجموع بهره ثابتی که ترکیب $\frac{s+z}{s+p}$ و بهره k ، روی هم می‌دهند، مشخص و معین شده است.

در واقع گویی از پیش می‌دانیم که بهره تنها، به آن میزان معین مورد نیاز، رفتار گذرای خوبی را تضمین نمی‌کند و حالا می‌خواهیم به کمک این جبران‌ساز، جلوی خرابکاری‌اش را (از حدی به بعد که شروع می‌کند به خرابکاری)، بگیریم. برای این کار اعمال بهره ثابت را به عهده جبران‌ساز مربوط می‌گذاریم.

ضمناً پر واضح است که در نهایی کردن رفتار گذرا نیز، دست‌مان بسته نیست و پیشتر رفتار نهایی برای آن تعیین نشده است، بلکه قرار است در انتهای این طراحی، نهایی گردد.

برای این منظور چون می‌دانیم، به هر حال قطب جبران‌ساز نسبت به قطب‌های مطلوب نهایی به مبدأ نزدیک‌تر است، آن را فعلاً روی مبدأ فرض می‌کنیم و سپس به طراحی یک صفر تنها (مانند یک جبران‌ساز سرعتی ایده‌آل با رویکرد اول) می‌پردازیم. توجه کنید که این کار دقیقاً

مانند طراحی PI است و هیچ فرقی ندارد. فقط ما می‌دانیم که قطب آن در مبدأ نیست و ما موقتاً آن را در مبدأ فرض کرده‌ایم تا بتوانیم یک محاسبات تقریبی از شرط زاویه داشته باشیم.

با اجرای این کار می‌توانیم با یک صفر تا آنجا که ممکن است رفتار گذرای خوبی را به دست آوریم و در نتیجه به یک بهره پرس برسیم. یعنی در واقع به k - که از آن صحبت شد - دست پیدا می‌کنیم. در ادامه فقط لازم است تا بهره ثابت معین و مطلوب را تحقق بخشیم و جای قطبی را که به صورت موقت در مبدأ فرض شده است، دقیقاً تعیین کنیم. دقت کنید که کافی است ببینیم:

$$k' = k \frac{z}{p} \quad (۷۳-۲)$$

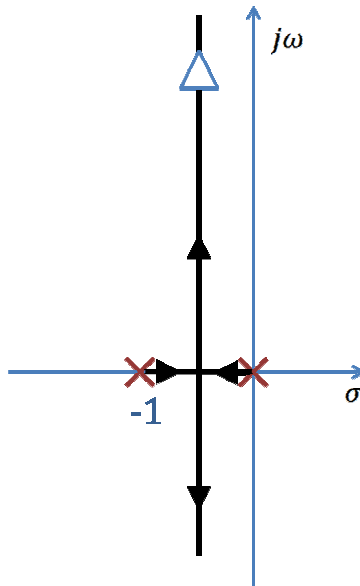
توجه کنید که تا این مرحله k و z تعیین شده‌اند. پس چون k' یعنی بهره ثابت مطلوب نیز مشخص است، به راحتی p یعنی جای قطبی که بیشتر در مبدأ فرض شده بود، دقیقاً به دست می‌آید.

مثال ۲-۸-

نمونه‌ای که منجر به یک قطب در مبدأ و یک قطب پایدار ساده می‌گردد را دوباره در نظر بگیرید. فرض کنید که این بار خواسته باشند فقط بهره ثابت آن قدری بزرگتر شود که خطای مانا حدود $\frac{1}{10}$ گردد. به خوبی می‌دانیم که لازم است بهره ثابت ده برابر گردد. ضمناً فرض کنید که خواسته دیگر این باشد که با بهره تنها سرعت را تا حد امکان بهتر کنید، ولی بیش از این نیاز نیست و جبران‌ساز سرعتی نباید به کار برید.

ابتدا توجه کنید که با بهرهٔ تنها چه بر سرِ قطب‌های حلقه خواهد آمد؟ مشاهده می‌کنید که با بهرهٔ تنها مکان به شکل ۲-۴۵ است و مکان قطب‌ها با اعمال بهرهٔ ده نیز در شکل نشان داده شده است.

$$\frac{0.5}{\sqrt{10}} = \xi \quad (۲-۷۴)$$



شکل ۲-۴۵- مکان قطب‌های حلقه در مثال ۲-۸ به ازای اعمال بهره تنها؛

این ترکیب مکان قطب‌ها به لحاظ رفتار گذرا پذیرفته نیست! به همین دلیل است که به طراحی جبران‌ساز جمعگر می‌پردازیم. ابتدا سعی می‌کنیم از همین تحلیل بالا تشخیص دهیم که بهترین رفتار گذرای قابل دستیابی کجاست. روشن است که آرمانی‌ترین شرایط در همان شکل ۲-۴۵ موجود است. مثلاً اگر قطب‌های مطلوب در ضریب میراییِ نوساناتِ 0.5 قرار گیرند.

حال شرط زاویه را محاسبه می‌کنیم. البته قطب اضافه‌ای هم در مبدأ برای جبران‌ساز جمعگر فرض می‌شود و در این محاسبات وارد می‌گردد. می‌شود:

$$-120 - 120 - 60 + \theta_{\text{لازم}} = -180 \quad (75-2)$$

برای زاویه جبرانی صفری که می‌خواهیم بگذاریم، به دست می‌آید:

$$\theta_{\text{لازم}} = 120 \quad (76-2)$$

این یعنی صفر را باید در مبدأ بگذاریم تا امکان جبران‌سازی همان طور که در نظر داشتیم به وجود آید. اما به خوبی می‌دانیم که نمی‌شود این انتخاب را داشت. خوب! این یعنی انتخاب ما درباره قطب‌های مطلوب بسیار خوش‌بینانه و پر توقعانه بوده است!! خوب! چه باید کرد؟ روشن است که باید به سرعت کمتری قانع شد. مثلاً کافی است به قطب‌ها با مقدار حقیقی -0.4 قانع بود. به این ترتیب دوباره برای شرط زاویه داریم:

$$-2 \cdot 120 - \tan^{-1} \left(\frac{0.4 \tan 60}{0.6} \right) + \theta_{\text{لازم}} = -180 \quad (77-2)$$

این بار برای زاویه جبرانی به دست می‌آید:

$$\theta_{\text{لازم}} = 109.1 \quad (78-2)$$

این زاویه، کمتر از بیشینه ممکن است و لذا قابل حصول. با این زاویه لازم، مقدار صفر جبران ساز با محاسبه ساده زیر به دست می آید:

$$x = (0.4 \tan 60) \tan 19.1 = 0.24 \quad (79-2)$$

یعنی صفر در $-z = -0.16$ قرار می گیرد. اما بهره مکان نظیر، چقدر است؟

$$k = \frac{(0.4 / \cos 60)^2 \sqrt{0.6^2 + (0.4 \tan 60)^2}}{\sqrt{0.24^2 + (0.4 \tan 60)^2}} = 0.8 \quad (80-2)$$

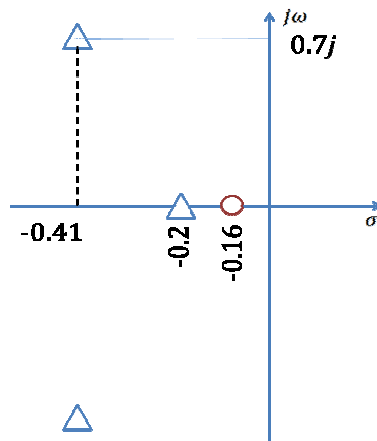
پس از تعیین جای صفر باید جای قطبی را که موقتاً در مبدأ گرفته بودیم، دقیقاً تعیین کنیم. با استفاده از بهره ثابت $k' = 10$ که از پیش معین است، بهره مکان و جای صفر (که به دست آمدند) به آسانی محاسبه می شود:

$$p = \frac{kz}{k'} = \frac{0.8 \cdot 0.16}{10} = 0.0128 \quad (81-2)$$

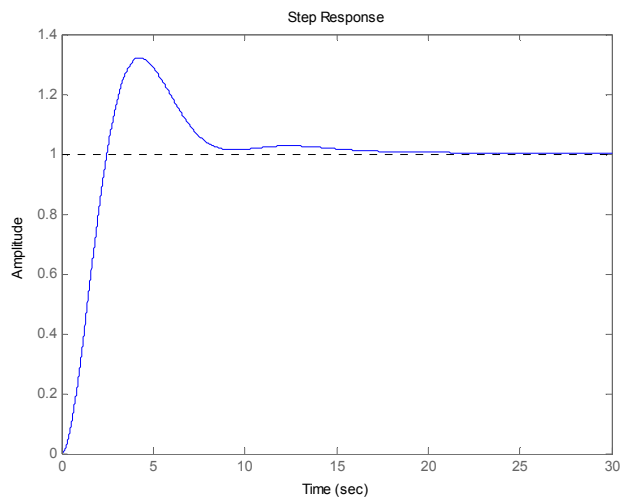
به این ترتیب جبران ساز نهایی خواهد بود:

$$H(s) = 0.8 \frac{s+0.16}{s+0.0128} \quad (82-2)$$

در شکل ۴۶-۲ و شکل ۴۷-۲ نتیجه نهایی صفر و قطب های حلقه و پاسخ پله نظیر آن نشان داده شده است.



شکل ۲-۴۶- ترکیب صفر و قطب نتیجه حلقه در مثال ۲-۸ که با استفاده از جبران ساز جمعگر نسبی



شکل ۲-۴۷- پاسخ پله سامانه هدایتی مثال ۲-۸

این نتیجه را با نتیجه طراحی پیشین که در مثال ۲-۶ به دست آمد، مقایسه کنید. ملاحظه کنید که اثرگذاری بهره ثابت اضافه شده تا حدود 25 واحد زمانی به طول می‌انجامد. این اتفاق به دلیل قطبی است که در 0.2- به وجود آمده است. وقتی صفر جبران‌ساز را در 0.16- می‌گذاشتیم، باید چنین رخدادی را انتظار می‌کشیدیم.

تمرین ۲-۴۴-

به عنوان یک نمونه دیگر با توجه به اینکه شاید نتیجه نهایی فراجش حدود 32% مورد پسندتان نباشد، می‌توان قطب‌های مطلوب را در ضریب میرایی نوسانات 0.7 قرار داد. برای این منظور طراحی را کامل و نتایج را ارائه کنید.

تمرین ۲-۴۵-

تمرین ۲-۳۲ را در نظر بگیرید. این بار هدف اصلی 25 برابر نمودن بهره است تا خطای مانا کاهش یابد و فقط چنانچه لازم باشد از شبکه جمعگر خواهد شد.

الف - ابتدا مکان ریشه‌ها را رسم کنید، تا ببیند با چنین بهره‌ای ریشه‌ها تقریباً به کجا می‌روند.

ب - حال ببینید برای اینکه قطب‌های غالب ضریب میرایی حدود 0.7 داشته باشند چه مقدار از این بهره مصرف می‌شود؟

(توجه کنید که لازم نیست مکان قطبها دقیقاً محاسبه شود بلکه تعیین حدود آنها از روی هندسه مکان ریشهها کافیست).

ج - سپس شبکه جمعگری معرفی کنید که بقیه بهره را جبران کند و مکان قطبهای غالب در سامانه مشابه آنچه در قسمت ب به دست آمد، شود.

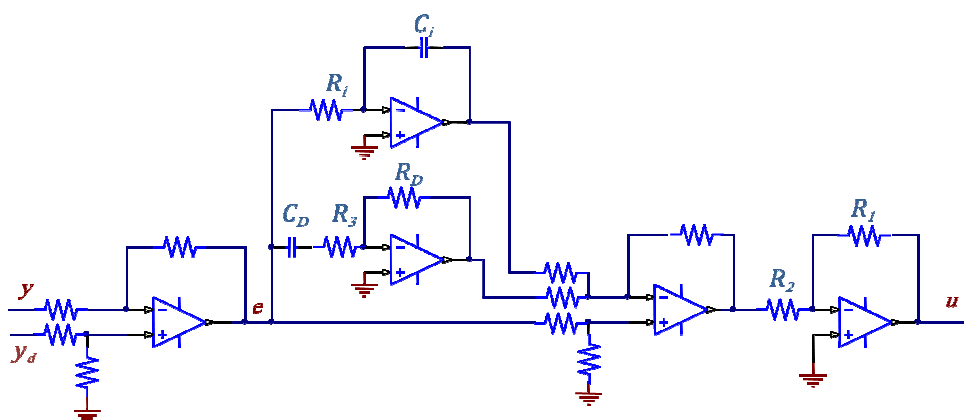
د - با روشهایی که آموختید فراجاهش سامانه طراحی شده را به طور تقریبی به دست آورید

۷-۲- جبران ساز PID^۱ و طراحی آن

جبران ساز PID از جمع سه جبران ساز ساده تر تناسبی، جمعگر خالص و سرعتی نسبتاً خالص تشکیل شده است. اقدام علیه خطای آن از جمع سه اقدام است که پیشتر با همه، آشنایی یافته ایم؛ اقدامی متناسب با خودِ خطا، اقدامی متناسب با جمع خطاهای تاکنون و اقدامی متناسب با سرعتِ کنونی خطا.

در شکل ۴۸-۲ نمایش ساختار نمونه الکترونیکی آن نشان داده شده است. نمایش تابع تبدیل موازی این جبران ساز به دو صورتِ سرعتی آرمانی و سرعتی واقعی را نیز در روابط (۸۳-۲) و (۸۴-۲) ملاحظه می کنید!

^۱ Proportional- Integral- Derivative



شکل ۲-۴۸- نمایش معادل الکترونیکی جبران‌ساز PID ; مدار بالا برای ساختن کنترل کننده PID به صورت جمعی (موازی) مناسب است. در این مدار پارامترهای کنترل کننده (K_p, T_i, T_D, β) برابرند با: $T_D = R_D C_D$ و $\beta = \frac{R_D}{R_S}$ و $T_i = R_i C_i$ و $K_p = \frac{R_2}{R_1}$

$$H(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (۲-۸۳)$$

$$H(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{\beta} s + 1} \right) \quad (۲-۸۴)$$

۲-۷-۱- ترکیب‌های ناکامل P ، PI ، PD ، I و D

ابتدا توجه کنید که طراحی P تنها، یعنی همان طراحی ساده بهره تنها. این جبران‌سازی تا هنگامی که دسترسی به سرعت خطا در ورودی سامانه تحت هدایت وجود داشته باشد، بسیار کافی است و می‌تواند به طور همه‌جانبه هم رفتار گذرا و هم رفتار مانا را بهبود دهد. البته دیدیم که این موضوع در سامانه‌های مرتبه اول درست است. در سامانه‌های مرتبه بالاتر هم داستان تا

حدودی می‌تواند بی‌خطر باشد، ولی در بهره‌های بالاتر حتماً رفتار گذرا را غیر قابل قبول یا حتی ناپایدار می‌کند.

طراحی جبران‌ساز PI نیز در بخش‌های بالاتر بررسی شد. این جبران‌ساز پرکاربرد هنگامی که می‌خواهید خطای مانا را یک مرتبه کاهش دهید به کار می‌آید. صفر این جبران‌ساز اثر تأخیری که قطب در مبدأ (که برای کاهش مرتبه خطا استفاده شده است و رفتار گذرا را تخریب می‌کند) ایجاد می‌کند را جبران می‌نماید. طراحی این جبران‌ساز به طور خلاصه باز می‌گردد به طراحی یک جبران‌ساز سرعتی آرمانی یعنی صفر تنها به همراه بهره!

PD نیز یک جبران‌ساز سرعتی است. اگر آن را آرمانی بگیرید تصور کنید می‌شود یک صفر تنها بدون قطب. اگر قطبی هم برای آن در نظر بگیرید تنها لازم است توجه کنیم که ضریب سرعتی ثابت و معمولاً برابر با 10 فرض می‌شود.

جبران‌سازهای I و D نیز نکته قابل توجهی ندارند. طراحی این سامانه‌ها تنها هنگامی با کمی پیچیدگی همراه است و به سادگی با روش‌های گذشته پیش نمی‌رود که هر سه جبران‌سازی به همراه هم به کار روند یعنی PID !

۲-۷-۲ ترکیب کامل PID

همان طور که در روابط (۲-۸۳) و (۲-۸۴) نشان داده شد مشخصه‌های این جبران‌ساز ضرایب، T_d ، T_i ، k می‌باشند و طراحی آن باید به تعیین این مقادیر منجر گردد. پیچیدگی‌ای که در رابطه با طراحی این جبران‌ساز وجود دارد از آنجا ناشی می‌شود که در حالت کامل ترکیبی، این

ضرایب مستقیماً متناظر با بهره و یا جای صفرها و قطبها نیستند. کافیسیت ببینید که در تابع تبدیل، جای دو صفر جبران ساز، از روی T ها به دست می آید ولی این رابطه مانند PI و PD ، مستقیم نیست.

این سختی را می توان با به دست آوردن رابطه بین این ضرایب و مقادیر بهره و جای صفر و قطبها، آسان نمود. به این ترتیب طراحی را با توجه به دو صفر و دو قطب تابع تبدیل پیش برد و سپس به مشخصه های مربوط تبدیل نمود. در ادامه این تبدیل را با متحد قرار دادن دو ترکیب و کمی ترفند، به دست می آوریم.

$$k \left(1 + \frac{1}{T_{is}} + \frac{T_d s}{\beta s + 1} \right) = k \left(\frac{T_{is} \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right) + \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right) + T_{is} T_d s}{T_{is} \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right)} \right) \quad (۸۵-۲)$$

$$k \left(\frac{(1+1/\beta)T_i T_d s^2 + (1+T_d/T_i \beta)T_{is} + 1}{T_{is} \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right)} \right) \cong k \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_{is} + 1}{T_{is} \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right)} \right) \quad (۸۶-۲)$$

ناچیز گرفتن $1/\beta$ در مقابل 1 اثر قابل توجهی ندارد. در واقع اگر از همان ابتدا نیز بدون در نظر گرفتن قطب اضافه $\frac{T_d}{\beta}$ قسمت سرعتی را آرمانی فرض می کردیم، در صورت کسر، همین عبارت به دست می آمد. حالا آماده ایم تا معادل ساختار موازی، ساختار سری را -که در طراحی، کار را بسیار ساده تر می کند- به دست آوریم.

کافی است توجه کنید که ساختار سری در مخرج، هم اکنون روشن است. قطبها مشخص اند و کافیسیت صفرها را به دست آوریم. برای این منظور فرض می کنیم صفرها را داریم $(\hat{T}_i, \hat{T}_d)$ و با متحد قرار دادن، آنها را بر حسب مشخصه ها بیان می کنیم:

$$k \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s \left(\frac{T_d}{\beta} s + 1 \right)} \right) = \hat{k} \left(\frac{(\hat{T}_i s + 1)(\hat{T}_d s + 1)}{\hat{T}_i s \left(\frac{\hat{T}_d}{\hat{\beta}} s + 1 \right)} \right) \quad (87-2)$$

تساوی بهره پرش و بهره ثابت و صفر و قطبها نتایج زیر را به بار خواهند آورد:

$$k\beta = \hat{k}\hat{\beta} \quad (88-2)$$

$$\frac{k}{T_i} = \frac{\hat{k}}{\hat{T}_i} \quad (89-2)$$

$$\frac{T_d}{\beta} = \frac{\hat{T}_d}{\hat{\beta}} \quad (90-2)$$

$$T_i T_d = \hat{T}_i \hat{T}_d \quad (91-2)$$

$$T_i = \hat{T}_i + \hat{T}_d \quad (92-2)$$

روشن است که یکی از تساوی‌های بالا زیادی است. چون جای صفرها مهم‌ترین است،

لذا از دو تساوی آخر که مستقل از بقیه حل می‌شوند، شروع می‌کنیم. پاسخ از یک سو به دیگری و

برعکس، به صورت زیر است:

$$\begin{cases} T_i = \hat{T}_i + \hat{T}_d \rightarrow \omega_i = \frac{\hat{\omega}_i \hat{\omega}_d}{\hat{\omega}_i + \hat{\omega}_d} \\ T_d = \frac{\hat{T}_i \hat{T}_d}{\hat{T}_i + \hat{T}_d} \rightarrow \omega_d = \hat{\omega}_d + \hat{\omega}_i \end{cases} \quad (93-2)$$

اما بقیه نتایج به شرح زیر خواهند بود:

$$\frac{k}{\hat{k}} = \frac{\hat{\beta}}{\beta} = \frac{T_i}{\hat{T}_i} = \frac{\hat{T}_d}{T_d} \quad (94-2)$$

$$\hat{\beta} = \beta(1 + \frac{\hat{T}_d}{\hat{T}_i}) \quad (95-2)$$

این عبارت اخیر مهم است چون نشان می‌دهد، شبکه سرعتی سری، دارای ضربی بزرگتر از PD است و حداکثر نیز دو برابر آن است. این اطلاع خوبی است چراکه ضرب سرعتی مورد نیاز را به طور تقریبی می‌دهد. مثلاً اگر این ضرب حدود 10 در ساختار موازی است، آنگاه این ضرب در سری بین 10 – 20 است.

به این ترتیب آماده‌ایم تا به روش طراحی بپردازیم. همان گونه که گفته شد، ابتدا با فرض سری، طراحی می‌کنیم. یعنی در واقع ابتدا $\hat{k}, \hat{T}_i, \hat{\beta}, \hat{T}_d$ را تعیین و سپس از روی عبارات بالا، k, T_i, β, T_d را محاسبه می‌کنیم.

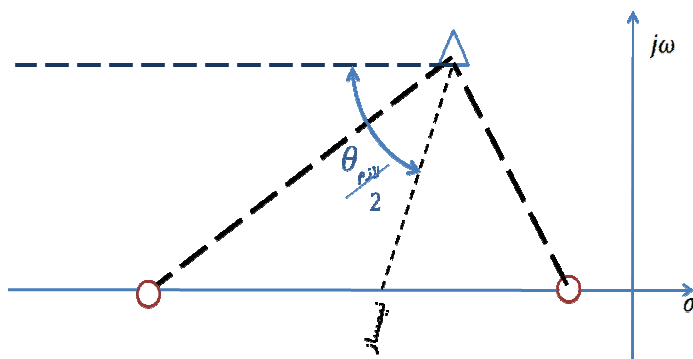
یک قطب در مبدأ داریم. قطب دومی هم هست ولی جای آن مستقل از جای صفر دورتر از مبدأ نیست چراکه تقریباً در حدود 20 برابری آن قرار دارد. به این ترتیب تقریباً می‌توان گفت طراحی را تعیین جای این دو صفر دانست!

در انتخاب این دو صفر، هیچ فرقی بین آنها نیست. فقط نهایتاً صفری را که نزدیک‌تر به مبدأ انتخاب می‌گردد، صفر جمعگر سری ($\hat{\omega}_i$) و دیگری را صفر سرعتی سری ($\hat{\omega}_d$) می‌نامیم.

به طور کلی می‌توان هر دو صفر را روی هم انتخاب نمود. اما، به دلایل جزئی ممکن است، ترجیح دهید که این دو را روی هم نگیرید. اگر PID را آرمانی و بدون آن قطب اضافی $\frac{T_d}{\beta}$ در نظر بگیرید، طراحی بسیار ساده خواهد شد و به آسانی می‌توان همانند طراحی جبران‌ساز PI کار کرد با این تفاوت که در اینجا به جای یک صفر، دو صفر برای جبران‌سازی وجود دارد. پس می‌توان مشابه طراحی یک شبکه سرعتی ولی با در اختیار داشتن دو صفر کار را ادامه داد.

خلاصه کار را با هم مرور می‌کنیم. ابتدا قطب‌های مطلوب را تعیین می‌نماییم و سپس با توجه به قطب در مبدائی که این جبران‌ساز اضافه می‌کند، زاویه لازم را برای قرارگیری مکان در این قطب‌های مطلوب، مشابه همان که در طراحی شبکه سرعتی آموخته‌اید، به دست می‌آوریم. می‌دانیم این زاویه لازم توسط دو صفری که باید جایشان را تعیین کنیم، جبران می‌گردد. ولی قطب اضافه‌ای نیز هست که این جبران‌سازی را کمی مخدوش خواهد نمود. اگر جبران‌ساز را آرمانی و بدون این قطب دور، فرض کنیم ادامه کار بسیار ساده است.

مثلاً می‌توان هر دو صفر را روی هم گرفت تا هر کدام، نصف آن زاویه لازم را جبران کنند. به این ترتیب جای یکتایشان دقیقاً تعیین می‌گردد، به شکل ۲-۴۹ توجه کنید. البته اگر به هر دلیل ظریف دیگری بخواهید دو صفر را روی هم نگیرید، می‌توان پس از یافتن این مکان، خط واصل از قطب‌های مطلوب به آن را نیمساز زاویه بین دو صفر گرفت و انتخاب‌های دلخواه دیگر را نیز به آسانی محاسبه نمود، در شکل ۲-۴۹ این موضوع هندسی نمایش داده شده است. می‌بینید که هر قدر یکی از دو صفر را به مبدأ نزدیک می‌کنید، دیگری را دورتر کرده‌اید.



شکل ۲-۴۹- نمایش هندسی اثر دو صفر PID

اما اگر جبران ساز را آرمانی فرض نکنیم و بخواهیم با طراحی دقیق تر خدشه مربوط به قطب دور را در نظر بگیریم نیز، کار چندان سخت نیست. کافی است پیشاپیش به طور تقریبی این خدشه زاویه‌ای را که به وسیله این قطب به وجود می‌آید محاسبه و در زاویه لازم اضافه نمود. برای محاسبه تقریبی این خدشه زاویه‌ای، حیل‌های متنوعی می‌توانید به کار برید. یک حیل این است که فرض کنید جای یکی از صفرها زیر قطب‌های مطلوب است و با توجه به حدود 20 برابر بودن جای قطب، جای قطب را محاسبه و سپس زاویه خدشه مربوط به آن را به دست آورد. پس از این، کار، مشابه فرض آرمانی که در بالا گذشت، پیش خواهد رفت. البته می‌توان در انتهای کار، جای قطب مذکور را دقیقاً نیز به دست آورده و دید زاویه خدشه مربوطه چقدر تقریب داشته است که امید است چندان فرقی ایجاد نکند!

تمرین ۲-۴۶-

راههای دیگری نیز وجود دارد که خودتان نیز می‌توانید پیشنهاد دهید. لذا به عنوان یک تمرین سعی کنید این راهها را ارائه کنید و با حل یک نمونه نتایج را مقایسه نمایید.

به هر حال نهایتاً لازم است پس از تعیین جای صفرها، بهره مکان مربوط نیز محاسبه گردد. اما مناسب است این بهره را مستقل از جای قطب دور یعنی مستقل از β ها به دست آوریم و گرفتار این ضریب نگردیم چراکه معلوم نیست که واقعاً این ضریب را بدانیم. برای این منظور بهتر است بهره مکان (k_1) را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$k_1 = \hat{k} \hat{T}_d = k T_d \rightarrow \quad (۹۶-۲)$$

$$\hat{k} = \frac{k_1}{\hat{T}_d} = k_1 \hat{\omega}_d \rightarrow \quad (۹۷-۲)$$

$$k = k_1 \omega_d = k_1 (\hat{\omega}_d + \hat{\omega}_i) \quad (۹۸-۲)$$

چون پیشتر، $\hat{T}_d$ (یعنی عکس جای صفر دورتر) را به دست آورده‌اید، حالا می‌توانید $\hat{k}$ را تعیین کنید و به این ترتیب می‌توانید، همه ضرایب را از روابط (۲-۸۸) تا (۲-۹۲)، محاسبه نمایید.

تمرین ۲-۴۷-

برای دو سامانه، یکی با الگوی $\frac{1}{(s+1)^2}$ و دیگری با الگوی $\frac{1}{(s+1)^3}$ یک جبران‌ساز PI و

یک جبران‌ساز PID طراحی و نتایج را به طور کامل ارائه کنید.

متوجه شدیم که برای یک مسئله واحد ممکن است تعدادی طراحی متنوع PID به دست آورد. اینکه کدام طراحی می‌تواند بهتر باشند و فرق آنها چیست، خود جای گفتگوهای آموزنده و مفصل‌تری دارد. این تنوع طراحی به این حقیقت بر می‌گردد که در عمل محدودیت‌هایی باعث می‌شود فرض کاملاً خطی بودن PID مخدوش گردد. یکی از مهم‌ترین محدودیت‌ها اشباع شدن خروجی و محدود ماندن آن در یک حدی است که معمولاً در طراحی در نظر نمی‌گیریم.

۲-۷-۳ یادآوری یک مبنای طراحی در این نوشته

برخی اوقات فراموش می‌شود که ما در اینجا یک مبنای مهم داشته‌ایم و آن در اختیار داشتن شناختی از سامانه تحت هدایت است به صورت یک تابع تبدیل از ورودی تحت اختیار تا خروجی مورد نظر!

در بسیاری از موارد، اساساً چنین شناختی یا وجود ندارد و یا به دست آوردن آن سخت است. یا شناخت از نوع دیگری مطرح است. در چنین شرایطی پرواضح است که برای طراحی به کمک روش‌هایی که در این بخش آمد، لازم است به نحوی (هر چند ناقص) تابع تبدیل سامانه را به دست آورید. پیشتر در فصل اول نیز اشاره شد که این کار را شناسایی سامانه گویند.

مثلاً روش‌هایی برای تعیین مشخصه‌های جبران‌ساز PID ارائه گردیده است که ظاهراً مبتنی بر نوع دیگری از شناسایی است. مثلاً مبتنی بر پاسخ پله سامانه است. [7,8] اینکه ارائه‌دهندگان این روش‌ها چگونه به این پیشنهادها رسیده‌اند، موضوع شیرین و جالبی است. یک گمانی که در این باره به نظر می‌رسد این است که چه بسا، ایشان از روی پاسخ پله، یک تابع تبدیل تقریبی برای سامانه تحت هدایت، به دست می‌آورند و سپس با توجه به آن تابع تبدیل، به

کمک همین روش‌هایی که در اینجا آمد، سامانه هدایتی را طراحی می‌کنند و به این ترتیب به پیشنهادهایی برای مشخصه‌های PID می‌رسند.

تمرین ۲-۴۸-

درباره پیشنهادی که به این ترتیب ارائه گردیده است، مطالعه کنید و ببینید آیا حدس ما صحیح است؟

۲-۸- طراحی به کمک چندین شبکه

بسیار ممکن است که در طراحی شبکه سرعتی، شما قادر نباشید با یک شبکه از پس زاویه لازم برآیید، و همین طور است درباره شبکه جمعگر! در چنین شرایطی شما می‌توانید از مزایای دو یا چندین شبکه، بهره ببرید.

در چنین شرایطی در واقع، فاصله بین ورودی در اختیار یعنی u و سرعت خروجی یعنی $\dot{y}$ بسیار بیشتر از یک $\frac{1}{s}$ شده است و لذا نیاز بیشتری نیز به جبران وجود دارد. یا ممکن است توقع شما برای رفتار گذرا بیشتر باشد؛ یعنی سرعت بیشتر به همراه عدم نوسان، که این توقع بالاتر نیاز به هر چه بیشتر نزدیک شدن به سرعت خروجی است. در واقع در این شرایط یک شبکه سرعتی به اندازه کافی ما را به سرعت خروجی نزدیک نکرده است و لذا نیاز به شبکه سرعتی مضاعف داریم.

مراجع

- [1] Evans, W R. "Control system synthesis by the root locus method." (Trans AIEE) 69 (1950): 66.
- [2] D' Azzo, J J, and C H Houpis. *Linear Control System analysis and design*. 5nd Edition. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [3] Dorf, C Richard. *Modern Control Systems*. 10nd Edition. Prentice Hall, 2004.
- [4] Kuo, B C, and F Golnaraghi. *Automatic Control Systems*. 8nd Edition. Wiley, 2002
- [5] Ogata, K. *Modern control engineering*. 5nd Edition. Prentice Hall, 2009.
- [6] Vidyasagar, M. *Nonlinear Systems Analysis*. 2nd Edition. SIAM, 2002.
- [7] Astrom, K K. *Advanced PID Control*. ISA , 2005.
- [8] Ziegler, J G, and N B Nichols. "Optimum setting for automatic controllers." ASME Trans 64 (1942): 759-768.